PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS
MESTRADO PROFISSIONAL

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR E SIMULAÇÃO DE EVENTOS DISCRETOS PARA O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE LINHAS DE MONTAGEM DE LARGA ESCALA

José Higino Soares Neto

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos – Mestrado Profissional, PPGEP/ITEC, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Processos.

Orientador: Emanuel Negrão Macêdo

Belém

Dezembro de 2017

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR E SIMULAÇÃO DE EVENTOS DISCRETOS PARA O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE LINHAS DE MONTAGEM DE LARGA ESCALA

José Higino Soares Neto

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM ENGENHARIA PROCESSOS – MESTRADO PROFISSIONAL (PPGEP/ITEC) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA DE PROCESSOS.

Examinada por:

Prof. Emanuel Negrão Macêdo, D. Sc.
(PPGEP/ITEC/UFPA - Orientador)

Prof. Jandecy Cabral Leite, Dr.
(PPGEP/ITEC/UFPA - Membro)

Profª. Nadime Mustafa Moraes, Dra.
(UEA – Membro)

BELÉM, PA - BRASIL

DEZEMBRO DE 2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Soares Neto, José Higino, 1969-
Aplicação de programação linear e simulação de eventos discretos para o problema de balanceamento de linhas de montagem de larga escala /José Higino Soares Neto.- 2017.

Orientador: Emanuel Negrão Macêdo

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará. Instituto de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Belém, 2017

1.Engenharia de produção- Inovações tecnológicas 2. Processos de fabricação- Automação 3.Métodos de simulação 4. Balanceamento de linhas de montagem I. Título

CDD 22.ed.658.514

Dedico este trabalho à minha família, pelo apoio e incentivo e em especial à minha esposa e filhas, por todas as horas que abdicaram de minha presença, para que eu pudesse manter foco neste projeto.

AGRADECIMENTOS

À Deus, antes de tudo, por ter iluminado meu caminho e possibilitado que eu conseguisse tê-lo trilhado e chegar à conclusão deste trabalho e de toda minha trajetória profissional e pessoal até aqui.

À minha esposa Cecília, pelo incentivo e apoio, sem os quais eu não teria a energia e o tempo para conduzir o trabalho desenvolvido aqui.

Ao Professor Dr. Emanuel Negrão Macêdo pela orientação, incentivo e ajuda na elaboração e composição do trabalho.

À coordenação do ITEGAM, pelo acompanhamento dispendido e interesse no desenvolvimento do programa.

Aos demais professores do programa, que agregaram conhecimento durante as seções de aula e orientações nos trabalhos extraclasses.

Aos colegas de turma, com os quais tive a oportunidade de formar equipes ou compartilhar atividades de grupo.

Ao meu orientador, pelo acompanhamento durante as pesquisas experimentais e pela assistência na elaboração desta dissertação.

Aos professores e colegas do PPGEP.

Resumo da Dissertação apresentada ao PPGEP/UFPA como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Processos (M. Eng.)

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR E SIMULAÇÃO DE EVENTOS DISCRETOS PARA O PROBLEMA DE BALANCEAMENTO DE LINHAS DE MONTAGEM DE LARGA ESCALA

José Higino Soares Neto

Dezembro/2017

Orientador: Emanuel Negrão Macêdo

Área de Concentração: Engenharia de Processos

O problema do balanceamento de linhas de montagem vem sendo estudado há muito tempo sendo ainda, contudo, algo de alto nível de interesse por parte da indústria, principalmente a que produz bens de consumo de massa, onde os custos de fabricação representam uma parcela relevante no custo total do produto. O trabalho, aqui apresentado, analisa o assunto dentro de uma empresa do PIM e busca demonstrar uma metodologia de resolução satisfatória do problema, visando o ganho de eficiência da linha de montagem da empresa e, por conseguinte, reduzir seus custos de fabricação. Neste trabalho, o problema do balanceamento de linha será modelado e tratado por meio de programação, buscando a otimização da distribuição das tarefas de montagem em uma linha e a redução de seu tempo de ciclo. Além disso, se utilizará uma ferramenta de simulação por eventos discretos para avaliar a melhoria proposta antes de sua aplicação ser posta em prática. Com o conjunto de ferramentas para modelagem, otimização e simulação, o trabalho abordará recursos que são, ainda hoje, usados apenas por uma parcela pequena das empresas desse seguimento industrial, o que faz com que o tema seja bastante oportuno.

Abstract of Dissertation presented to PPGEP/UFPA as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Process Engineering (M. Eng.)

LINEAR PROGRAMMING AND DISCRETE EVENTS SIMULATION APPLIED TO A LARGE SCALE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM

José Higino Soares Neto

Dezembro/2017

Advisor: Emanuel Negrão Macêdo

Research Area: Process Engineering

The assembly line balancing problem has been an object of study for a long time but is still something of a high level of interest on the part of the industry, especially for the ones that produce goods for mass consumption, where manufacturing costs represent a significant portion of the total cost of the product. The work presented here will analyze this subject within a company in the PIM and seeks to demonstrate a methodology of satisfactory resolution of the problem, aiming at the efficiency gain of the assembly line of the company and, consequently, reduce their manufacturing costs. At this work, the issue of line balancing will be modeled and treated using linear programming, seeking to optimize the distribution of tasks of fitting in a line and the reduction of its cycle time. Additionally, the use of a tool of discrete event simulation to evaluate the improvement proposal before its application to be put into practice. With the set of tools for modeling, simulation, and optimization, the work will address resources which are, still today, used by only a small portion of industrial companies in this industry, making the result of the issue very timely.

SUMÁRIO

CAPITULO 1 – INTRODUÇÃO..... 1
1.1 – MOTIVAÇÃO..... 4
1.2 – OBJETIVOS..... 4
1.2.1 - Objetivo geral..... 4
1.2.2 - Objetivos específicos..... 5
1.3 - CONTRIBUIÇÃO E RELEVÂNCIA DO TEMA..... 5
1.4 - DELIMITAÇÃO DA PESQUISA..... 5
CAPITULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... 6
2.1 - REFERENCIAL TEÓRICO..... 6
2.1.1 - Notações e definições..... 6
2.1.2 - Tipos de linha de montagem..... 7
2.1.3 - Tipos de problemas de balanceamento de linha..... 7
2.1.4 - O problema do balanceamento de linha simples..... 8
2.1.5 - Programação linear..... 9
2.1.6 - Modelo de Bowman..... 11
2.1.7 - Evolução do modelo de solução SALBP por PL..... 14
2.2 - REVISÃO DA LITERATURA..... 15
2.2.1 - Problema do balanceamento de linha..... 15
2.2.2 - Simulação de eventos discretos..... 19
CAPITULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS..... 23
3.1 – METODOLOGIA..... 23
3.1.1 - Empresa do PIM onde será desenvolvido o trabalho..... 23
3.1.2 - Etapas de produção de aparelhos de TV com tela de lcd..... 24
3.1.3 - Descrição do problema e limitação do escopo..... 26
3.2 - LEVANTAMENTO DE DADOS E MODELAGEM DO PROBLEMA..... 30
CAPITULO 4 – MODELAGEM E SIMULAÇÃO..... 36
4.1 - MODELO DA LINHA DE MONTAGEM SITUAÇÃO INICIAL..... 36
4.1.1 - Características da linha de montagem..... 36
4.1.2 - Distribuição das tarefas nos postos..... 37
4.2 - MODELO MATEMÁTICO POR PROGRAMAÇÃO LINEAR..... 39
CAPITULO 5 - ESTUDO DE CASO E RESULTADOS..... 56

5.1 - CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO DE PESQUISA..... 56
5.2 - AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS INDIVIDUAIS DE CADA CENÁRIO..... 57
5.3 - CENÁRIO I - CONDIÇÃO INICIAL DA LINHA DE MONTAGEM..... 58
5.3.1 - Alocação das tarefas nas estações de trabalho..... 59
5.3.2 - Dados de tempos cronometrados em cada estação de trabalho..... 59
5.3.3 - Tempo alocado a cada estação e tempo ocioso..... 60
5.3.4 - Análise da validade estatística da amostragem..... 61
5.3.5 - Qualidade do balanceamento da linha..... 62
5.4 - CENÁRIO II - MELHORIA PELO MÉTODO DE TENTATIVA E ERRO. 63
5.4.1 - Alocação das tarefas nas estações de trabalho..... 63
5.4.2 - Dados de tempos cronometrados em cada estação de trabalho..... 64
5.4.3 - Tempo alocado a cada estação e tempo ocioso..... 66
5.4.4 - Análise da validade estatística da amostragem..... 66
5.4.5 - Qualidade do balanceamento da linha..... 67
5.5 - CENÁRIO III MODELAGEM E RESOLUÇÃO POR PROGRAMAÇÃO LINEAR..... 67
5.5.1 - Qualidade do balanceamento da linha..... 70
5.5.2 - Simulação da solução ótima utilizando eventos discretos..... 70
5.6 - COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS..... 72
5.6.1 - Heurística da tentativa e erro..... 72
5.6.2 - Método por programação linear..... 73
CAPITULO 6 - CONCLUSÃO E SUGESTÕES..... 75
6.1 – CONCLUSÃO..... 75
6.2 – REALIZAÇÕES..... 75
6.3 - SUGESTÕES DE CONTINUIDADE..... 76
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 78

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Linha de montagem da Ford (início do século 20)..... 1
Figura 1.2 Problema do layout de linha..... 3
Figura 2.1 Esquema de restrições de ordenamento parciais..... 12
Figura 3.1 Roteiro de produção..... 25
Figura 3.2 Vista explodida de uma TV de LCD..... 26
Figura 3.3 Rede de precedência do modelo específico de TV LCD em estudo..... 29
Figura 3.4 Layout de montagem final..... 30
Figura 3.5 Fluxograma para coleta de tempos de atividades na linha de produção..... 31
Figura 3.6 Fluxograma de balanceamento de linha – método tentativa e erro..... 34
Figura 4.1 Layout da linha de montagem em estudo..... 37
Figura 4.2 Gráfico do balanceamento da linha de montagem..... 39
Figura 5.1 Gráfico do balanceamento do operador – Cenário I..... 61
Figura 5.2 Análise estatística dos dados da estação 1..... 61
Figura 5.3 Gráfico do balanceamento do operador – Cenário II..... 66
Figura 5.4 Tempo de ocupação vs tempo de ocioso de cada estação-Cenário III – Lingo 17..... 68
Figura 5.5 Tempo de ocupação vs tempo de ocioso de cada estação-Cenário III – Matlab..... 69
Figura 5.6 Diagrama em bloco do modelo de simulação no Matlab..... 71
Figura 5.7 Curva com a resposta em função do tempo da produção acumulada na linha..... 71
Figura 5.8 Taxa de produção por turno – comparação todos os cenários (aparelhos / turno)..... 72

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Lista de tarefas necessária à montagem final de um aparelho de TV LCD..... 27

Tabela 4.1 Relação das tarefas para montagem do produto TV LCD 49 pol..... 38

Tabela 4.2 Combinação de tarefas predecessoras e sucessoras da rede de precedência..... 47

Tabela 5.1 Exemplo de tabela com os dados de cronometragem..... 58

Tabela 5.2 Atribuição das tarefas nas estações de trabalho - Cenário I..... 59

Tabela 5.3 Tempos cronometrados no cenário I..... 60

Tabela 5.4 Valor p dos dados de cronometragem de cada estação..... 58

Tabela 5.5 Indicadores de qualidade de balanceamento - Cenário I..... 62

Tabela 5.6 Atribuição das tarefas nas estações de trabalho caso II..... 64

Tabela 5.7 Tempos cronometrados no cenário II..... 65

Tabela 5.8 Valor p dos dados de cronometragem de cada estação..... 67

Tabela 5.9 Indicadores de qualidade de balanceamento - Cenário II..... 67

Tabela 5.10 Exemplo da solução do programa de otimização..... 68

Tabela 5.11 Atribuição das tarefas nas estações de trabalho - Cenário III..... 69

Tabela 5.12 Indicadores de qualidade de balanceamento - Cenário II - Lingo 17..... 69

Tabela 5.13 Indicadores de qualidade de balanceamento - Cenário II – Matlab..... 70

Tabela 5.14 Dados para modelo de simulação da linha de montagem - Cenário III..... 71

Tabela 5.15 Indicadores comparados - todos os cenários..... 72

NOMENCLATURA

AL	ASSEMBLY LINE
ALBP	ASSEMBLY LINE BALANCING
CPLEX	PROGRAMA OTIMIZADOR DA IBM
C++	LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADOR
DFM	DESIGN FOR MANUFACTURING
FSS	(FISH SCHOOL SEARCH) ALGORITMO GENÉTICO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
GBO	GRÁFICO DE BALANCEAMENTO DO OPERADOR
ILP	INTEGER LINEAR PROGRAMMING
Intlinprog	FUNÇÃO DO PROGRAMA MATLAB PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMA MILP
LCD	LIQUID CRISTAL DISPLAY
LL	LINE LAYOUT
MILP	MIXED INTEGER LINEAR PROGRAM
Np hard	CLASSE DE PROBLEMAS QUE SÃO DE MAIS DIFÍCIL RESOLUÇÃO
PIM	POLO INDUSTRIAL DE MANAUS
PL	PROGRAMAÇÃO LINEAR
PSO hibrido	ALGORÍTIMO PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO
SALBP	SIMPLE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM
SALBPE	SIMPLE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM TIPO E
SALBP-1	SIMPLE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM TIPO 1
SALBP-2	SIMPLE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM TIPO 2
SALBP-F	SIMPLE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM TIPO F
SALOME	PROGRAMA DE COMPUTADOR PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE BALANCEAMENTO
SIMPLEX	ALGORITMO PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR
TV	APARELHO DE TELEVISÃO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

No início do século 20, em 1913 mais precisamente, uma revolução começava a ser feita. Na cidade de Highland Park nos EUA, era inaugurado o novo processo de montagem de carros na fábrica da Ford. Nela, os carros se moviam em um trilho mecanizado, se deslocando entre estações de trabalho onde os operários aguardavam para executar suas tarefas, previamente definidas, de montagem de partes compondo o corpo do automóvel. Inspirado em outros pioneiros, como os frigoríficos no Meio-Oeste americano que se destacavam por seus eficientes processos desmontar um bovino, Henry Ford concebeu e implantou uma grande inovação que se tornou um passo decisivo na construção de automóveis e revolucionou a forma de como se produzia bens de consumo. No caso dos carros da Ford, essa inovação fez com o que a fábrica pudesse reduzir drasticamente os custos envolvidos na fabricação e, ao mesmo tempo, melhorar a qualidade desse bem, por meio do fracionamento e padronização das atividades de montagem, o que se tornou mais simples de ser assimilada pelos operários.

Além da redução dos custos e melhoria da qualidade, houve um grande salto na capacidade da fábrica, o que impulsionou a popularização do carro como um bem de consumo de massa. A Figura 1.1 traz uma ilustração de uma secção da linha de montagem da Ford à época.

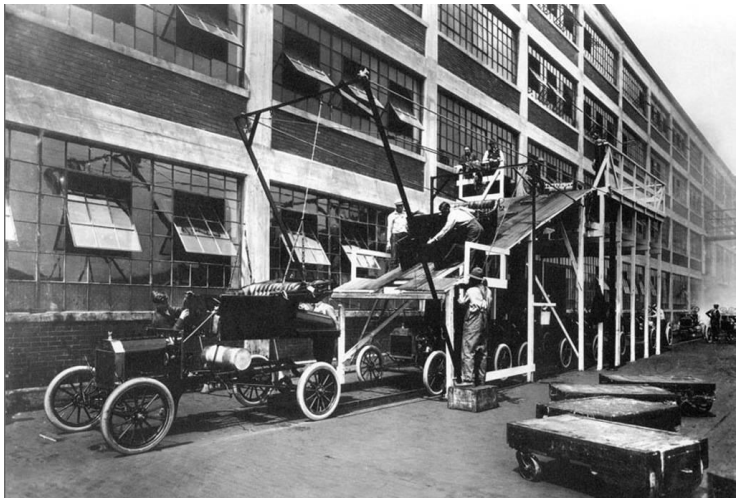


Figura 1.1 – Linha de montagem da Ford (início do século 20).
Fonte: CAVALCANTE (2016).

Concomitantemente à mudança no conceito de produção, projetos mais simples de carros, desenhado para uma manufatura mais eficiente e custos menores também foi uma inovação da época. A Ford adotou esses princípios e criou um método de produção em série baseado em dois fatores fundamentais: o uso de peças intercambiáveis e a montagem progressiva.

A empresa também investiu na melhoria das práticas de controle de processo. Os tempos de execução das tarefas nas estações de montagem foram padronizados e a velocidade da linha de montagem passou a ser ajustada de acordo com a demanda de produtos. O estudo de tempos e movimentos ganhou aí um campo amplo de pesquisa objetivando melhorias de desempenho em custo de fabricação e qualidade. As raízes da indústria moderna estavam, assim, formadas.

Ao longo dos mais de 100 anos de evolução, as linhas de montagem tem sido constante objeto de estudo por pesquisadores e profissionais do meio acadêmico e da industrial. As linhas podem ter formas, grau de mecanização e automação diferentes. Mas o problema estabelecido continuamente é o mesmo. Como torna-la mais eficiente em custo e qualidade.

As linhas de montagem são o meio mais comum de produção de bens de consumo em massa, pela indústria, pelo fato de possibilitarem que operadores com treinamento relativamente limitado, ou equipamento semi ou totalmente automatizados, possa montar produtos a taxas elevadas. O problema do projeto de uma linha de montagem eficiente visa à maximização da taxa de produção em relação ao custo.

REKIEK e DELCHAMBRE (2006) descrevem em seu trabalho que o projeto de linhas de montagem envolve o desenvolvimento de produto, processos e layouts antes da construção da linha propriamente dita. A análise de produtos e processo é baseada nos métodos de projetos de produtos para manufatura (DFM). O método de operação e layout (LL) tem o objetivo de atribuir tarefas ao conjunto de estações de trabalho, definir seu posicionamento e os recursos de suporte à montagem a serem alocados. A lógica do layout de linha é composta de planejamento dos recursos e do balanceamento da linha. A Figura 1.2 sintetiza a visão dos autores.

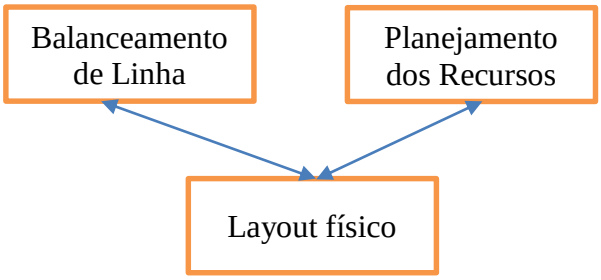


Figura 1.2 – Problema do layout de linha.
Fonte: REKIEK e DELCHAMBRE (2006).

O projeto de uma linha de montagem se mistura à formulação dos problemas de layout, balanceamento e recursos. Todo o arranjo físico de uma operação de fabricação de um produto é, assim, influenciado pelo projeto do produto, recursos de produção e demanda a ser atendida. O problema do balanceamento de linha exerce influência mútua no arranjo físico da linha.

O desenho de uma nova linha de montagem ou a modificação, para atendimento de alterações na demanda do bem ou por outras motivações, sempre irá requere mão obra técnica qualificada, para que se tenha uma solução minimamente eficiente e eficaz. Essa mão de obra qualificada também é vista como um recurso limitado e implica, de forma indireta, no custo da manufatura. Por isso, nos últimos anos, a indústria tem demandado soluções que auxiliam as tomadas de decisões envolvidas nas atividades de planejamento e projeto de linhas de montagem. Esses novos recursos auxiliam tanto a mão de obra envolvida no desenho da linha de montagem quanto aos gestores que tem que tomar decisões que carregam, inerentemente, algum grau de risco, visto que se busca um tênue equilíbrio entre custo e benefício.

Na atividade de produção, em especial quando se integram vários sistemas para executarem uma função específica, é altamente relevante se ter um modelo prévio que possa ser simulado para garantir a funcionalidade de cada parte desses sistemas integrados, quando se fazem necessárias alterações. O maior objetivo de um modelo, a ser usado em simulação, é auxiliar os analistas a preverem os efeitos das alterações que podem ocorrer no sistema. Dessa forma, é um requerimento que o modelo seja o mais próximo possível do sistema real e inclua os componentes vitais e suas funcionalidades (BILLER *et al.*, 2007).

O trabalho a ser aqui desenvolvido abordará, de forma crítica, a problemática do balanceamento de linhas de montagem e o uso de recursos e métodos de auxílio.

1.1 - MOTIVAÇÃO

O PIM foi instituído em 1967, com a criação da Zona Franca de Manaus, e ainda hoje não tem uma integração suficientemente forte com a comunidade acadêmica local. Integração essa que poderia gerar bons resultado para ambos. Os métodos de trabalho utilizado nas indústrias locais foram trazidos de suas matrizes em outros países, no caso de empresas multinacionais, ou adaptações das equipes internas da empresa, de métodos de conhecimentos gerais. Isso não é necessariamente ruim, mas há espaço para melhorias, que virão através de análises críticas do processo e métodos, com um olhar misto de conhecimento acadêmico e industrial, e apresentação de propostas com alto potencial de aplicação prática. No intuito de contribuir messe esforço de se agregar mais conhecimento científico ao conhecimento tácito industrial é que se coloca o trabalho aqui apresentado. Visando também, apresentar soluções que tragam ganho de eficiência e redução de custo de produção às empresas, em particular à que foi objeto deste estudo. Com isso, ganho de competividade no quesito custo de mão de obra de uma indústria.

1.2 - OBJETIVOS

1.2.1 – Objetivo geral

O objetivo dessa pesquisa é investigar a aplicabilidade de dois métodos de análise e resolução do problema de balanceamento de linhas simples (SALBP – do inglês Simple Assembly Line Balancing Problem) aplicado a processos de produção, no seguimento industrial de eletrônicos de consumo. O primeiro, um método clássico e Heurístico de tentativa e erro, de uso comum nas indústrias, por meio de análise gráfica. O segundo, um método baseado em programação linear, com algoritmo Heurístico de otimização. Então, com estes estudos, deseja-se introduzir indicadores de avaliação da qualidade do balanceamento de linhas de montagem. A pesquisa também buscará ponderar sobre a utilidade e benefícios de soluções computadorizadas de simulação, como recurso que agrega valor à mão de obra técnica e também gerencial, no auxílio à redução de riscos nas tomadas de decisão.

1.2.2 - Objetivos específicos

De forma mais direta, o trabalho buscará a melhora dos indicadores de qualidade do balanceamento de linha de montagem, como fatores que habilitarão a melhora (redução) no custo de fabricação de um dado produto:

- Aperfeiçoar a eficiência de uma linha de montagem com estações fixas, através da redução do seu tempo de ciclo;
- Melhorar o indicador de suavidade do balanceamento;
- Aumentar a taxa de produção diária;
- Avaliar a utilidade do uso de Simulação de Eventos Discretos neste tipo de indústria;
- Propor um método para aplicação de programação linear em um problema de balanceamento de linha de montagem.

1.3 - CONTRIBUIÇÃO E RELEVÂNCIA DO TEMA

O segmento da Indústria de bens de consumem de massa é um dos mais relevantes na economia do País. A operação envolvida ao longo de toda a sua cadeia de suprimentos envolve grandes recursos financeiros e isso alimenta a busca constante por ganho de eficiência nessa operação. A programação linear pode ser aplicada como uma ferramenta que auxiliará a melhoria na eficiência dos processos envolvidos.

1.4 - DELIMITAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa terá como campo de observação e experimentação a etapa de montagem final de um processo de manufatura de aparelho de TV LCD em uma dada indústria. Essa etapa do processo escolhida tem como característica ser essencialmente manual, ter maior intensidade de mão de obra e, por isso, permitir um cenário de complexidade que o autor entende ser adequado para avaliar e demonstrar o potencial de aplicação da programação linear.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRAFICA

2.1 – REFERENCIAL TEÓRICO

Talvez a grande contribuição de Ford, ao introduzir o que se considera o modelo precursor das linhas de montagem modernas, tenha sido o de demonstrar o grande benefício obtido em aumento de escala de produção, padronização da qualidade do bem e, principalmente, no ganho de eficiência da utilização da mão de obra e dos demais recursos de fabricação disponíveis. Ganho esse com impacto direto na redução dos custos de manufatura e aumento na margem de lucro da empresa. Companhias que não adotaram o mesmo modelo de produção encontrar-se-iam incapazes de competir em um curto período de tempo (SHABAN e HUDSON, 2010).

Os administradores da produção vêm dedicando-se, desde então, à busca de como obter maiores taxas de eficiência no uso dos recursos de manufatura. A busca da solução ideal objetiva o aumento da lucratividade do negócio e a sobrevivência da empresa, através do aumento de sua competividade. Porém, cada empresa tem sua própria característica em tipos e mix de produtos, modelo de negócio, cadeia de distribuição, recursos técnicos e humanos diretos e indiretos de manufatura, etc. Isso leva ao fato de que não existe uma solução única que atenda à toda a diversidade de problemas postos. Para certa classe de empresas em certos contextos, embora esse seja um grupo muito grande, linhas de produção balanceadas dentro de um nível mínimo de eficiência aceitável é um fator essencial de competitividade e lucratividade do negócio.

O trabalho de balanceamento de linhas de montagem consiste em distribuir a carga de trabalho que envolve a montagem de um produto às estações de trabalho que a compõe, de forma a atender os requerimentos estabelecidos de taxa de produção e minimizar a ociosidade nas estações de trabalho. Também objetiva equilibrar a carga de trabalho entre essas estações de forma a que tenham as mesmas quantidades aproximadas de trabalho.

2.1.1 - Notações e definições

REKIEK e DELCHAMBRE (2006) apresentam algumas definições genéricas envolvidas no tema linha de montagem:

- Linha de Montagem (AL - Assembly Line). É o sistema de produção com fluxo em linha, composto de um número definido de estações de trabalho distribuídas ao longo de um sistema de esteira, que movimenta as peças de uma estação para a seguinte;
- Tarefa. É a parcela do trabalho total que compõe a montagem de um produto e que não pode ser subdividida, por restrições técnicas. Cada tarefa necessita um tempo definido para sua execução, chamado de tempo da tarefa;
- Restrições de Precedências. É o ordenamento ou sequência que deve ser seguido, por restrições técnicas, para a execução das tarefas de montagem;
- Tempo de Ciclo. É o tempo entre a saída de duas unidades consecutivas de produtos de uma linha.

2.1.2 - Tipos de linhas de montagem

As linhas de montagem possuem diversas formas físicas, dependendo do tipo de indústria a que pertence e características ou escolhas da empresa que a detém. Na literatura, podemos sintetizar suas características da seguinte forma:

Quanto ao número de modelos:

- Modelo simples – apenas um produto é atendido nas linhas;
- Modelos múltiplos – mais de um produto, sendo um de cada vez;
- Mix de modelos – mais de um produto de forma simultânea.

Quanto do tipo de acionamento:

- Síncrono – as estações iniciam e terminam simultaneamente;
- Assíncrono – não vínculo entre uma e outra estação, quanto ao tempo.

Quanto à construção:

- Ritmadas – aquelas que limitam o tempo de execução em cada estação;
- Arrítmicas – não há imposição do tempo de realização para as estações.

2.1.3 - Tipos de problemas de balanceamento de linha

De acordo com seus objetivos, o problema do balanceamento de linhas de montagem tem sido caracterizado de forma comum, visto que um estudo influencia, em maior ou menor grau, nos estudos seguintes.

A maioria dos estudos tem se dedicado à resolução do problema de balanceamento de linhas simples (SALBP), que modela o problema de uma linha de montagem com um único produto. Isso se deve ao fato de ser a forma mais comum de linhas de montagem, mas também pela possibilidade de se adaptar seu modelo de resolução às demais variantes do problema.

BECKER e SCHOLL (2006) resumem em quatro os tipos de objetivos para o problema de balanceamento de linha (SALBP):

SALBPE – maximizar a eficiência E da linha de produção;

SALBP-1 – Minimizar o número de estações (m) a partir de um dado tempo de ciclo;

SALBP-2 – Minimizar o tempo de ciclo para um dado número fixo de estações;

SALBP-F – Solução mais viável retornando um número de estações e tempo de ciclo.

2.1.4 - O problema do balanceamento de linha simples

Existem algumas premissas que são colocadas no problema de balanceamento de linha de montagem simples SALBP. De acordo com BAYBARS (1986) assumem-se as seguintes premissas sobre a o desenho da linha de montagem para o método de resolução aqui estudado:

- Somente produz um produto ou modelo de cada vez;
- Nas estações de trabalho, todos os parâmetros são conhecidos;
- Uma tarefa não pode ser dividida ou alocada em mais de estação;
- As tarefas devem ser processadas em acordo com seus vários níveis de relação de precedência;
- Todas as tarefas na linha de montagem devem ser processadas;
- As estações de trabalho estão aptas a processas as tarefas;
- A execução das tarefas é fixa e independe das estações de trabalho;
- O sistema de transporte ocorre simultaneamente e a linha de montagem é do tipo serial.

A linha de montagem tem dois tipos de codificação de resolução, o tipo um e o tipo dois. As linhas simples do tipo um são aquelas em que o tempo de ciclo é fixado. O objetivo de fixar o tempo de ciclo é buscar a minimização do número de estações de

trabalho usadas para a produção de um item dentro do problema do balanceamento de linha. De forma contrária, o tipo dois é aquele em que o número de estações de trabalho é fixado. TASAN e TUNALI (2006) explicam que isso auxilia no problema de minimização do tempo de ciclo.

SALVESON (1955) foi o primeiro a discutir o problema do balanceamento de linha de montagem em forma de modelo matemático e sugerir o uso de programação linear para a otimização do tempo de cada estação de trabalho, indicando a grande complexidade computacional em lidar com grandes matrizes e suas inversas. Em seu trabalho, JACKSON (1956) apresenta um procedimento ou algoritmo de enumeração de operações sucessoras de uma dada operação antecessora, criando subconjuntos, com o objetivo de reduzir as opções de combinação e viabilizar, assim, a resolução do problema. Cita, em seu trabalho, ter aplicado de forma satisfatória, seu procedimento em um modelo com 100 tarefas.

BOWMAN (1960) apresentou uma formulação para a resolução do SALBP por meio de programação linear inteira, utilizando variáveis binárias (zero – um) como variáveis de decisão para alocação de uma determinada tarefa à uma dada estação de trabalho. Indica, porém, a alta complexidade computacional (à época) para aplicação prática de seu modelo de resolução. Sua formulação tem servido de referência a vários estudos e desdobramentos ao longo dos anos posteriores, à medida que se vem evoluindo a tecnologia de computadores, de linguagem de programação e de modelagens alternativas para resolução de problemas complexos.

2.1.5 - Programação linear

O ALBP tem sido tratado, em muitos estudos, como um problema de análise combinatória e otimização. A origem de sua modelagem e proposição de métodos de resolução foi baseada nos conceitos de programação linear (PL). Desenvolvido em 1947 por George Dantzig e Marshal Wood, a programação linear vem sendo bastante utilizada nos diversos seguimentos industriais desde então.

O conceito de programação linear é, para um dado conjunto de N variáveis x_1, x_2,..., x_N, encontrar valores para esse conjunto N que maximizem (ou minimizem) uma dada função linear dessas variáveis.

A formulação geral para um problema PL é:

$$maximizar \qquad Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_N x_N \tag{2.1}$$

Sujeito às restrições:

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1N}x_N \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2N}x_N \le b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{M1}x_1 + a_{M2}x_2 + ... + a_{MN}x_N \le b_M \end{array} \tag{2.2}$$

E:

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \ldots, x_N \ge 0 \tag{2.3}$$

Onde a_{ij}(i=1,2,...,M; j=1,2,...,N) são constantes (chamadas de coeficientes de restrição), b_i(i=1,2,...,M) são constantes (chamadas de valores de recursos) e c_j(j=1,2,...,N) são constantes (chamadas coeficientes de custo). Sendo Z chamada de função objetivo.

Na forma matricial, a formulação geral pode ser descrita como:

$$maximizar \qquad Z = c^T x \tag{2.4}$$

Sujeito às restrições:

$$Ax \le b \tag{2.5}$$

E:

$$x \ge 0 \tag{2.6}$$

Sendo:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \cdots & a_{MN} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

A terminologia dos elementos usados na PL é:

- Variáveis de decisão: variáveis $x_1, x_2, ... x_N$ na Eq. (2.1);
- Função objetivo: função Z na Eq. (2.1);
- Coeficientes da função objetivo: as constantes $c_1, c_2, .., c_n$ na Eq. (2.1);
- Coeficientes de restrição: as constantes a_{ij} na Eq. (2.2);
- Restrições de variáveis não negativas: as restrições da Eq. (2.3);
- Solução viável: é o conjunto de valores das variáveis $x_1, x_2, ... x_N$ que satisfazem todas as equações de restrição;
- Região viável: é a coleção de todas as soluções viáveis;
- Solução Ótima: solução viável que retorna o valor ótimo da função objetivo Z, na Eq. (2.1).

Para a resolução dos problemas LP, originalmente fora utilizado métodos gráficos, traçando-se as curvas das funções e verificando, dentro da região de soluções possíveis, aquela que retornaria o valor ótimo para o objetivo. Porém, esse método é bastante limitado. DANTZIG (1963) introduziu outro método para a resolução de problemas PL, o chamado *método simplex*, que pode ser aplicado em problemas com qualquer número de variáveis.

Neste trabalho, não será detalhado o método simplex, visto que seu algoritmo de resolução está intrínseco nos programas computacionais usados neste estudo.

2.1.6 - Modelo de Bowman

Em seu trabalho, BOWMAN (1960) descreve seu método por um exemplo simples, onde as tarefas necessárias à montagem de um dado produto são descritas no diagrama de precedências indicado na Figura 2.1. O diagrama denota a sequência em que cada uma das tarefas deve ser seguida. As tarefas são representadas pelas letras a, b, ...h e os números imediatamente abaixo do círculo indicam seu tempo de execução.

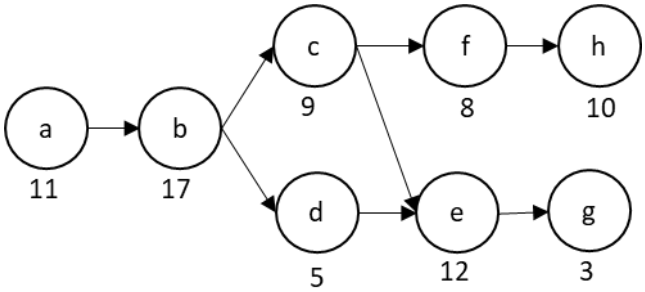


Figura 2.1 - Esquema de restrições de ordenamento parciais.
Fonte: BOWMAN (1960).

No exemplo, observa-se que a soma dos tempos das tarefas é igual a 75 minutos. O problema estabelece que se devam produzir três unidades por hora, o que define o tempo de ciclo *ct* em 20 minutos. Com esses dados, calcula-se a quantidade mínima de estações de trabalho para atendimento da capacidade requerida como sendo.

$$m_{\min imo} = (75 \div 20) \approx 4 \tag{2.9}$$

Bowman estabeleceu o limite superior para a quantidade de estações de trabalho como sendo sete, as identificando com as letras *A, B, C, D, E, F e G*. O objetivo do problema é ocupar as primeiras estações, de forma completa, deixando as últimas totalmente livres ou desocupadas ou desnecessárias.

O modelo de resolução do problema por ILP (Integer Linear Programming) objetivando minimizar o tempo de ciclo é dado da seguinte forma. A função Objetivo:

$$minimizar \qquad Z = 1\left(E_g + E_h\right) + 14\left(F_g + F_h\right) + 196\left(G_g + G_h\right) \tag{2.10}$$

Nesse exemplo, o objetivo era o de reduzir a quantidade de estações de trabalho para um dado tempo de ciclo fixo, ou seja, o problema SALBP-1. Bownman utilizou o método de redução de custo e, para isso, fez com o que as duas últimas estações tivessem maior peso, tornando-as, assim, mais caras. Com isso, o modelo de resolução irá buscar esvaziar as estações *G, F e E,* por terem um maior coeficiente de custo maior que zero (196, 14 e 1) que são números arbitrados para viabilizar a solução ótima.

O passo seguinte é definir as equações de restrição para o PL. A primeira estabelece que cada uma das sete estações de trabalho nunca deve exceder o tempo de ciclo *ct* definido (20 minutos).

Restrições sobre a carga de trabalho de cada estação:

$$
\begin{array}{l}
A_a + A_b + A_c + A_d + \ldots + A_h \leq ct \\
B_a + B_b + B_c + B_d + \ldots + B_h \leq ct \\
\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \\
G_a + G_b + G_c + G_d + \ldots + G_h \leq ct
\end{array}
\tag{2.11}
$$

Onde A_a significa a parcela da tarefa *a* atribuída à estação *A*. A_b, a parcela da tarefa b atribuída à estação *A* e assim sucessivamente até G_h, tempo da tarefa h atribuído à estação *G*. O próximo conjunto de equações de restrição estabelece que cada tarefa deve ser atribuída sempre a uma estação de trabalho, e apena uma. Para isso, a soma do tempo de cada tarefa atribuído a cada uma das sete estações de trabalho sempre deve ser igual ao tempo da tarefa.

Restrições que asseguram que cada tarefa seja atribuída à uma estação:

$$
\begin{array}{l}
A_a + B_a + C_a + D_a + \ldots + G_a = 11 \\
A_b + B_b + C_b + D_b + \ldots + G_b = 17 \\
\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \\
A_h + B_h + C_h + D_h + \ldots + G_h = 10
\end{array}
\tag{2.12}
$$

Para o próximo conjunto de equações de restrição, Bowman introduz os elementos variáveis inteiras, para a resolução do SALBP. A forma usada por ele foi do tipo A_aI, que deve assumir valores binários de zero ou um.

Restrições que definem as variáveis inteiras:

$$
\begin{array}{l}
1/11A_a + A_aI = 1; \;\; 1/11B_a + B_aI = 1; \;\; \ldots; \;\; 1/11G_a + G_aI = 1 \\
1/10A_b + A_bI = 1; \;\; 1/10B_b + B_b = 1; \;\; \ldots; \;\; 1/10G_b + G_bI = 1 \\
\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \\
1/10A_h + A_hI = 1; \;\; 1/10B_h + B_h = 1; \;\; \ldots; \;\; 1/10G_h + G_hI = 1
\end{array}
\tag{2.13}
$$

Por fim, o último conjunto de equações de restrição visa estabelecer o ordenamento corretos das tarefas, de acordo com a rede de precedências estabelecida para o problema.

Restrições que assegurar o ordenamento correto da sequência de execução das tarefas:

$$1/17\,A_b \le 1/11\,A_a;\quad 1/17\,B_b \le 1/11\,A_a + 1/11\,B_a;$$
$$1/17\,C_b \le 1/11\,A_a + 1/11\,B_a + 1/11\,C_a;\quad \ldots; \tag{2.14}$$
$$1/3\,G_g \le 1/12\,A_e + 1/12\,B_e + 1/12\,C_e + 1/12\,D_e + 1/12\,E_e + 1/12\,F_e + 1/12\,G_e$$

Como exemplo, a primeira equação desse conjunto estabelece que a tarefa a sempre preceda a tarefa *b*, forçando a variável A_b a ser zero, enquanto a variável A_a for também zero, o que significa que a tarefa a ainda não foi alocada.

2.1.7 - Evolução do modelo de solução SALBP por PL

O SALBP do tipo um é aquele em que o tempo de ciclo é fixado. O objetivo de fixar o tempo de ciclo é buscar a minimização do número de estações de trabalho usadas para a produção de um item dentro do problema do balanceamento de linha. De forma contrária, o tipo dois é aquele em que o número de estações de trabalho é fixado. TASAN e TUNALI (2006) explicam que isso auxilia no problema de minimização do tempo de ciclo e apresentam o uso de algumas soluções para o problema do balanceamento de linhas. Uma das soluções usadas é a chamada programação linear inteira mista e esse método também foi descrito por BAYBARS (1986), que em seu trabalho fez uma síntese dos tipos de problema de balanceamento de linha e os métodos de resolução pesquisados até então. Assim, de acordo com BAYBARS (1986) o SALBP tem os seus parâmetros e variáveis definidos da seguinte forma:

I: conjunto das tarefas (I = {1,2,...,*i*,...,*n*});

J: conjunto das estações de trabalho (J = {1,2,...,*j*,...,*m*});

I_j: subconjunto das tarefas atribuídas a estação *j*, $j \epsilon J$;

t_i: representa o tempo de processamento da tarefa *i*, $i \epsilon I$;

$T_j = \sum_{i \in I_j} t_i$ é o tempo total atribuído à estação *j;*

T representa o tempo de ciclo da linha;

i representa o índice de tarefas;

j representa o índice de estações de trabalho;

m representa o número máximo de estações;

n o número de tarefas;

P_i, representa o conjunto de antecedentes da tarefa *i*.

As variáveis incluem:

X_{ij} representa a variável inteira e binária, e seu valor 1 indica que a uma tarefa *i* é atribuída à uma estação *j* específica.

Dessa forma, o SALBP tipo 2, por programação linear inteira mista é dado por:

Função objetivo:

$$\text{minimizar } T \tag{2.15}$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad \forall i \epsilon I \{1, 2 \ldots, n\} \tag{2.16}$$

$$T \geq \sum_{i=1}^{n} t_i x_{ij} \quad \forall j \epsilon J \{1, 2 \ldots, m\} \tag{2.17}$$

$$x_{ik} \leq \sum_{j=1}^{k} x_{hj} \quad \forall i \epsilon \mathrm{I}, \forall k \epsilon \mathrm{J} \ e \ \forall h \epsilon P_i \tag{2.18}$$

$$x_{ij} = 0,1 \qquad \forall_i \epsilon I \ e \ \forall_j \epsilon J \tag{2.19}$$

Nessa formulação, a Eq. (2.15) representa o objetivo de minimizar o tempo de ciclo, a Eq. (2.16) define a alocação de cada tarefa à uma estação de trabalho. A Eq. (2.17) limita que o tempo total de cada estação de trabalho ultrapasse o tempo de ciclo, (2.18) assegura o cumprimento da regra de precedência na alocação das tarefas. Finalmente, (2.19) definem as variáveis x_{ij} como inteiras binarias.

2.2 - REVISÃO DA LITERATURA

2.2.1 - Problema do balanceamento de linha

Em sua pesquisa, FLESZER e HINDI (2003) direcionaram seu trabalho sobre os métodos de heurística enumerativa e técnicas de redução para o problema da linha de montagem. Em seu trabalho, eles mostraram um algoritmo heurístico e novas técnicas de redução que vinham sendo usadas em um determinado tipo de problema de balanceamento de linha de montagem. A técnica foi baseada na heurística de Hoffmann (1963) e construindo as soluções a partir dos dois lados da rede de precedência. Durante

seu trabalho, um teste foi realizado em comparação com um benchmark que eles conheciam como a melhor referência para configurar as instâncias do problema. Em seu ensaio, eles avaliaram a eficiência do algoritmo combinado sobre otimização e soluções de verificação. No ensaio, a eficiência também foi calculada de forma computadorizada.

Em FONSECA *et al.* (2005), uma abordagem através de lógica fuzzy para o problema da linha de montagem foi utilizada. O trabalho aplica teoria de conjuntos fuzzy para modelar e resolver o problema da linha de montagem estocástica. No modelo, a variabilidade e a incerteza do problema da linha de montagem foram modelados usando a distribuição estocástica e o conjunto fuzzy permitiu considerar a ambiguidade que envolve a ação de atribuir o tempo de processamento e tempo de ciclo à estações e linha, dentro de incertezas contidas nas variáveis do modelo. Utilizaram dois métodos, a Ponderação posicional classificada e o método COMSOL, para resolver o problema de balanceamento com uma representação fuzzy do tempo variáveis. O trabalhou mostrou que os obtidos usando os métodos fuzzy foram melhores que aqueles seguindo outros métodos.

PEETERS e DEGRAEVE (2006) citam que o problema do balanceamento de linha é um problema clássico de programação linear. Em seu trabalho, cada conjunto de tarefas indivisíveis foi atribuído à uma dada estação de trabalho sem que a quantidade de trabalho necessário viesse a exceder o tempo de ciclo da linha. Eles usaram método baseado na decomposição Dantzig - Wolfe com um novo conjunto de restrições inferiores e o relaxamento de programação linear na formulação do problema. Usaram um algoritmo de geração de colunas que se mostrou útil para resolver a formulação.

O trabalho de SCHOLL e BECKER (2006) apresentou visões adicionais e mais amplas sobre o problema. Em sua obra, eles tentaram explicar que o problema da linha de montagem tradicional ainda é atraente e estava sendo utilizado por diversas indústrias de manufatura. Além disso, embasaram a sua resposta dizendo que, desde os tempos de Ford, houve acontecimentos que modificaram os métodos e as linhas de montagem. As linhas foram alteradas para sistemas mais flexíveis, o que incluíam tarefas de trabalho, paralelamente, e a uma abordagem multimodal, orientado para o cliente e o modelo misto. Além disso, eles começaram a investigar outros tipos de linhas dentro da pesquisa sobre o problema do balanceamento de linha de montagem, uma vez que a maioria deles tinha concentrado sobre o único problema de balanceamento de linha de montagem.

MOZDGIR *et al*. (2011) apresentou, em seu trabalho, a utilização do método Taguchi para otimizar os parâmetros do algoritmo genético de evolução diferencial. Os

parâmetros foram utilizados para minimizar o índice de suavidade da distribuição da carga de trabalho em um problema de balanceamento de linha com 10 tarefas. Aplicou seu algoritmo em três conjuntos de dados teóricos, disponíveis nas bibliotecas compartilhadas e modelou o problema SALBP do tipo 2. Conclui que o modelo por algoritmo genético de evolução diferencial é efetivo e mais simples de ser aplicado.

TUNCEL e TOPALOGU (2013) consideraram a atribuição de tarefas e restrições na linha com estações de trabalho paralelas. Basearam-se e um estudo de caso de uma situação real do problema de balanceamento de linha. As principais características para o problema foram atividades de operações que estão relacionadas com a parte da frente e de trás do conjunto de precedência de tarefas daquela que está sendo atribuída. Estas são dependentes da peça do trabalho. A segunda característica era que algumas tarefas eram para ser executadas na mesma estação e nenhuma tarefa adicional foi atribuída a estas estações de trabalho, caso houvesse restrições técnicas. Em terceiro lugar, as diversas estações paralelas foram autorizadas para aumentar o nível de eficácia da linha de tal forma que o ritmo de produção exigido e o problema da atribuição de tarefas dentro da operação não eram obrigados a ultrapassar o tempo de ciclo estabelecido. O problema foi, inicialmente, formulado como 0-1 para um modelo de programação linear, o que ajudou a resolvê-lo usando o programa CPLEX. Os efeitos dos horários de trabalho alternativos, por exemplo, múltiplos turnos e horas extras para o trabalho e custo esperado na linha foram calculados e analisados.

Um algoritmo de PSO híbrido aplicado ao problema de balanceamento de linha de montagem multiobjetivo foi publicado pela HAMTA *et al*. (2013). Em sua obra, uma otimização multiobjectivo em um problema de balanceamento de linha de montagem simples levou em consideração os tempos de tarefas com variáveis que só tinham os limites inferior e superior informados. A publicação tinha três objetivos, minimizar o tempo de ciclo, o custo total do equipamento e a suavidade de indexação da publicação, um novo método de solução foi considerado em um algoritmo de otimização (PSO) de partículas de swarm com busca variável da vizinhança (VNS).

LAM *et al*. (2016), em seu trabalho, apresentam um estudo de caso sobre uma linha de produção de placas de computadores com quatro estações de trabalho. Baseiam-se nos conceitos de manufatura enxuta e fazem o uso do método tradicional de balanceamento de linha, por meio de carta de fluxo de operações e gráfico de tempo alocado às estações de trabalho. Obtém um ganho de 25% de eficiência no uso de mão de

obra, usando uma heurística de tentativa e erro. O resultado foi interpretado como satisfatório, visto que atendeu as expectativas postas.

MORRISON *et al*. (2014), utilizam o método de Branch and bound para a resolução do SALBP, através de um algoritmo modificado da Heurisica de Hoffmann, que fora originalmente demonstrado por em 1960. O algoritmo, chamado de BBR, foi codificado em linguagem C++, foi aplicado em um conjunto de dados teóricos demonstrados em um estudo anterior publicado por OTTO *et al*. (2013). Sendo esse um estudo teórico, voltado ao teste comparativo da qualidade de otimização de seu algoritmo. Como resultado de seu estudo, obtiveram vantagens comparativas ao modelo original de Hoffman.

SIKORA *et al*. (2017), descrevem, em seu trabalho, o uso de programação linear inteira mista para a resolução de um SALBP em uma linha alocada com 15 tarefas e com multiplicidade de tarefas idênticas. Utilizaram formulações genéricas do método MILP, com programas de resolução universais em comparação ao programa SALOME-2 (KLEIN e SCHOLL,1999). O resultado indica que os programas de resolução universais, usando variáveis binárias, igualaram o programa dedicado SALOME-2. Porém, quando se trata de problemas com maior número de instâncias, o método por MILP superou, nas simulações, o desempenho do programa SALOME-2.

ALBUQUERQUE *et al*. (2016), descrevem o problema de balanceamento de linha como sendo um problema de otimização combinatória do tipo NP-Hard e modelam um caso de SALBP tipo um com algoritmo genético do tipo FSS (*Fish School Search*). O resultado é, então, comparado com dois algoritmos de referência, o SALOME e o *Particle Swarm Optimization*. O estudo propõe uma variante ao modelo original do FSS, chamada de FSS-SAR. Essa variante é aplicada a dados de problema disponíveis em bibliotecas, a fim de verificar a eficácia do algoritmo proposto. Como resultado, seu algoritmo alcançou resultados satisfatórios de eficiência da linha de montagem, em comparação com modelos benchmarking e com ligeira vantagem no resultado do índice de suavidade.

De forma geral, parte significativa dos estudos atuais tem dado ênfase aos algoritmos de otimização, na maioria por algoritmos genéticos, usados nos casos de ALBP e por meio de uso de dados, bibliotecas e programa benchmarking. Alguns outros estudos abordam situações reais do problema e dotam metodologias tradicionais, no âmbito dos conceitos de teorias das restrições e manufatura enxuta, apresentando resultados práticos como resultado. No estudo aqui apresentado, o autor voltará às bases da problemática, uma vez que se têm, hoje, mais recursos computacionais disponíveis do

que nos anos de 1960, e dará ênfase à modelagem matemática de um problema real de larga escala (com alto número de tarefas) de uma indústria do setor de eletrônico de consumo, onde se busca o ganho de eficiência como fator de competitividade. O modelo será, então, resolvido por programas de otimização genéricos, disponíveis no mercado e comparados. A contribuição do trabalho está em demonstrar a aplicação prática da MILP para a resolução de um problema SALB-1 de alta escala.

2.2.2 - Simulação de eventos discretos

LAW e KELTON (2007) definiram o modelo envolvendo simulação de eventos e como ele constituiu uma importante mudança nas alterações sistemáticas envolvendo inclusões físicas em tempos estipulados. Estes fatores, particularmente, formaram o paradigma para todos os estados particulares de análise dos sistemas. O evento ocorre apenas durante um momento específico, assim, alterando a lei do estado desse sistema. Uma análise por LAW e KELTON (2007) afirma que a simulação de eventos envolve pensamento clássico e tem três tipos. Os três tipos incluem evento discreto, contínuo e Monte Carlo e definem a simulação de eventos discretos como sendo algo que segue um modelo matemático, assim como um modelo lógico, em que incorpora um sistema físico que é sistematicamente estabelecido em conformidade com a alteração de parâmetros, constatando que estes elementos foram relevantes, especialmente quando se experimentam vários fatores guiando sua inclusão processual de um sistema físico de interesse particular em tempos respectivos. Além disso, o estímulo contínuo é uma equação onde são usados modelos de sistemas físicos que não mostram o tempo e o estado em que as relações em descontinuidades acontecem. Por último, Monte Carlo é um modelo onde a representação do tempo é desnecessária. O termo Monte Carlo foi inicialmente dirigido ao evento em que eventos probabilísticos complexos foram solucionados através de construção de processos estocásticos que satisfazem a relação de um determinado problema.

GONZÁLEZ *et al*. (2008) explicam que a simulação de eventos discretos tem sido usada como uma ferramenta em gerenciamento de projetos desde o desenvolvimento de modelo de ciclone. O sistema de modelagem ajudou a simplificar o processo de simulação e a tornou mais acessível sua construção por profissionais com menor conhecimento de simulação. Através da assimilação desse método, um praticante pode usar um computador para experimentar e avaliar rapidamente o processo de forma iterativa alternativa.

GONZÁLEZ *et al*. (2008) explicaram ainda que a simulação de eventos discretos fornece uma ferramenta onde os processos podem ser projetados e redesenhados até o que a produção máxima e o tempo de ciclo mínimo para o conjunto de recursos escolhidos sejam alcançados

TSERNG *et al*. (2006) afirmam que a introdução de elementos de modelagem do ciclone contribuiu para que os pesquisadores passassem a estudar e pesquisar sobre suas a construção dessas operações. Os pesquisadores sugeriram que a digitalização ativa é o modo natural e eficaz de modelar as operações complexas em detalhes. SACKS *et al*. (2010) afirmam que, devido às incertezas e variações nos processos de construção, assimilação de eventos discretos tem uma importante influência sobre o desempenho do projeto. As incertezas e as variações são não uniformidades na qualidade devido a certas classes de entidades estarem relacionadas com o fenômeno da aleatoriedade. Existem dois tipos de variabilidade na produção e incluem o tempo de processamento de uma tarefa a ser executada na estação de trabalho e o fluxo de chegada em uma estação de trabalho.

Simulação de eventos discretos é de grande utilidade para evitar vários problemas de falhas em um sistema devido ao impacto sofrem quando se alteram algum parâmetro. HORMAN e THOMAS (2005) explicam sobre o uso de simulação de eventos discretos na modelagem do funcionamento de uma sequência discreta ao longo do tempo. Estes eventos ocorrem em determinados instantes do tempo, marcando uma mudança de estado de um sistema. Entre os eventos consecutivos, não há nenhumas mudanças sendo assumida. Portanto, o estimulo pode saltar no tempo de um evento para outro evento.

Simulação de eventos discretos tem as seguintes vantagens, que são; a simulação permite o estudo e a experimentação de sistemas complexos; auxilia no teste de viabilidade de uma hipótese através de encontrar como e por que determinado fenômeno ocorre. Simulação de eventos discretos é flexível quando o tempo de manuseio, uma vez que pode ser comprimido ou aumentado para permitir a aceleração ou desaceleração dos fenômenos que estão sendo analisados. Ela ajuda a projetar modelos simultâneos que auxiliam na aquisição de conhecimentos que são asados para melhorar os sistemas. Ela também ajuda na avaliação das diversas circunstâncias através de mudanças das variáveis de entradas, e isto envolve a observação das saídas em geral, que produzem valiosos insights valiosos que têm alinhamento importante nas capacidades funcionais de uma dada variável de operação. Isto fornece a referência para a análise de critérios pertinentes para auxiliar o teste e gestão de recursos. Assim, aspectos operacionais vêm sendo otimamente simulados.

Modelagem matemática e simulação estão bastante interligadas, chegando a ser confundidos comumente. No primeiro caso, por exemplo, modelagem é tida como o processo de construção de um dado modelo. No caso desta pesquisa, é basicamente uma representação da contração real e o funcionamento de um dado sistema de interesse (LI *et al.*, 2007). O principal objetivo da modelagem, similarmente à simulação, é permitir aos analistas na atividade de se prever o efeito das alterações em entradas ou parâmetro no comportamento de um dado sistema.

Na maioria dos casos aplicados, os modelos matemáticos são classificados com determinísticos, estocásticos, estáticos ou dinâmicos. Modelos determinísticos geralmente incluem ambas variáveis de entrada e saída que são tidas como de valor fixo. Os modelos estocásticos têm ao menos uma das variáveis de entrada ou saída com sendo probabilística. No caso de modelos estáticos, o fator tempo não é, geralmente, levando em conta. Já nos modelos dinâmicos, a variação ao longo do tempo é presente em parte ou o total de variáveis. As maiorias dos modelos são do tipo estocástico e dinâmico. Como dito anteriormente, modelos de simulação são majoritariamente aplicados em situações em que já se tem um sistema implantado e que está sujeito às modificações ou em casos em que esse sistema ainda será construído. Essa é a situação mais crítica onde as chances de falha são mais evidentes e tem que ser reduzidas para que o sistema atinja sua resposta especificada.

Uma das aplicações mais notáveis da simulação é na identificação e resolução de gargalos que influenciam negativamente na resposta eficiente de um dado sistema (BILLER *et al.*, 2007). Do ponto de vista da simulação de eventos discretos, é onde se fazem suposições acerca de alterações instantâneas nas respostas de um sistema a acontecimentos separados (ŠVANČARA e KRÁLOVÁ, 2009). Este é o caso de linhas de montagem manuais, nas indústrias do setor de eletroeletrônicos, que de forma intensa se baseiam nas entradas individuais dos operadores para gerar a saída esperada pela empresa.

A maioria dos sistemas de produção e linhas de montagem do setor industrial se apoiam nas orientações do corpo técnico mais sênior no sentido de se otimizar todo o processo. Isso, em muitos casos, gera demandas ou requerem componentes adicionais se auxilio ao trabalho. Programas de computadores de simulação de eventos discretos, como o Matlab Simevents é comumente utilizado em entidade de produção, basicamente objetivando a maximização das capacidades de saída do processo produtivo, enquanto tenta minimizar a mão de obra dispendida (CHIANG e MEERKOV, 2000). Além disso,

software é um instrumento útil em facilitar o processo de tomada de decisão, projetar saídas do processo de manufatura e realçando a eficiência das linhas de produção.

Certos tipos de variações em uma linha de montagem, por exempli, podem requerer maior compreensão em ajustes, se comparado com outras, que geralmente causam atrasos no processo inteiro, BANKS *et al*. (1996). Em outros casos, a introdução de novos equipamentos geralmente significa alguma ruptura em todo o processo já estabelecido. Isso é o caso particular onde se introduzem novas tecnologias.

Melhorias são, entretanto, os fatores mais relevantes que devem ser levados em conta para se adicionar algo ao processo da forma mais adequada possível. As complicações surgem nos casos em que as opções disponíveis tornam difíceis os intensões de previsibilidade na representação do tipo de desempenho com base nas alterações instituídas (FISHMAN, 2001). A inclusão de mão de obra extra, a realização de testes e o gerenciamento das filas em todo o processo, tornam mais relevante a coleta de informações para que se faça a linha trabalhar de forma simultânea e se aumentar a eficiência geral.

CAPÍTULO 3

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 - METODOLOGIA

3.1.1 - Empresa do PIM onde será desenvolvido o trabalho

A empresa adota o modelo de fabricação para estoque (build to stock). Segue um plano mestre de produção, com base mensal e tem um plano de previsão de produção com horizonte de 12 meses. Esse plano anual serve de referência para as aquisições de matérias prima, dentro dos prazos de atendimento de cada fornecedor. Com isso, a empresa mantém sempre um estoque de matéria prima tanto em casa quanto em trânsito, dimensionado para absorver incertezas na cadeia de abastecimento dentro de um limite calculado.

No que se refere às vendas, produtos finalizados são enviados aos estoques localizados em Manaus-AM e em São Paulo-SP e a entrega aos clientes pode ser atendida por qualquer um dos dois estoques. Embora se tenha um plano mensal, que orienta a produção, ocorrem situações de alterações de curto prazo na demanda de um determinado produto, o que implicará em uma alteração de curto prazo no plano de produção visando atender a essa variação da demanda prevista. Essa variação de curto prazo no planejamento de produção também pode ocorrer em caso de falta de algum insumo necessário, por motivos internos, de qualidade ou de capacidade nos fornecedores.

Quanto aos fornecedores, componentes eletrônicos e mecânicos são adquiridos principalmente da Ásia e uma parte menor de fornecedores no Sudeste do país. A empresa também dispõe de fornecedores localizados em Manaus, principalmente material de embalagem, e também alguns fornecedores de serviço de montagem, em que a empresa terceiriza a montagem de alguns subconjuntos que comporão o produto final (TV de LCD).

O portfólio de produtos é abrangente, como parte da estratégia da empresa. Com isso, as linhas de produção são configuradas para determinados grupos de produto de forma a assegurar a capacidade de atendimento ao plano de produção e vendas, ser eficiente no uso da mão de obra no conjunto de produtos que operam na linha e atender aos objetivos de qualidade estabelecidos. Produz-se apenas um modelo por vez, que pode

ficar vários dias em produção até que a linha seja reconfigurada para um segundo produto dentro do grupo definido para aquela linha específica. O tempo de troca de modelo é, por necessidade, baixo e é premissa para o desenho original da linha assim como para a definição dos produtos que compõe cada grupo que opera em cada linha específica.

3.1.2 - Etapas de produção de aparelhos de TV com tela de lcd

As etapas que compõem o roteiro de produção adotado na empresa são descritas, de forma macro, na Figura 3.1. Esse roteiro é similar ao usado pelas indústrias concorrentes, tanto no polo de Manaus como nas empresas do setor localizadas em outros países. Fruto do conhecimento globalizado e do amadurecimento das empresas do polo.

De forma resumida, cada etapa cumpre o seguinte papel e tem as características:

a) Montagem automática das placas – monta a maioria dos componentes eletrônicos da placa e executa sua conexão elétrica e mecânica ás trilhas de cobre das placas (soldagem por refusão). Tem baixa intensidade de mão de obra direta, dado o grau de mecanização da operação;
b) Teste Visual Automático – filtro dentro do plano de controle de qualidade e visa identificar falhas no processo anterior de montagem ou soldagem;
c) Montagem manual de componentes – é onde são montados e soldados os componentes maiores, não suportados pelas máquinas da fase anterior. Basicamente grandes conectores, transformadores, etc. Tem média intensidade no uso de mão de obra direta;
d) Teste funcional de placas – Outro filtro do plano de qualidade que visa assegurar o correto desempenho das funcionalidades da placa antes que seja integrada ao corpo do aparelho final;
e) Montagem final do produto – integram-se aqui, os módulos que compõem o aparelho, como painel de cristal líquido, placas, peças mecânicas, fiação e gabinete. Aqui é onde se tem o maior uso de mão de obra direta, dado a grande quantidade de itens mecânicos, além das placas, a serem integrado ao corpo do produto genérico (Figura 3.2);

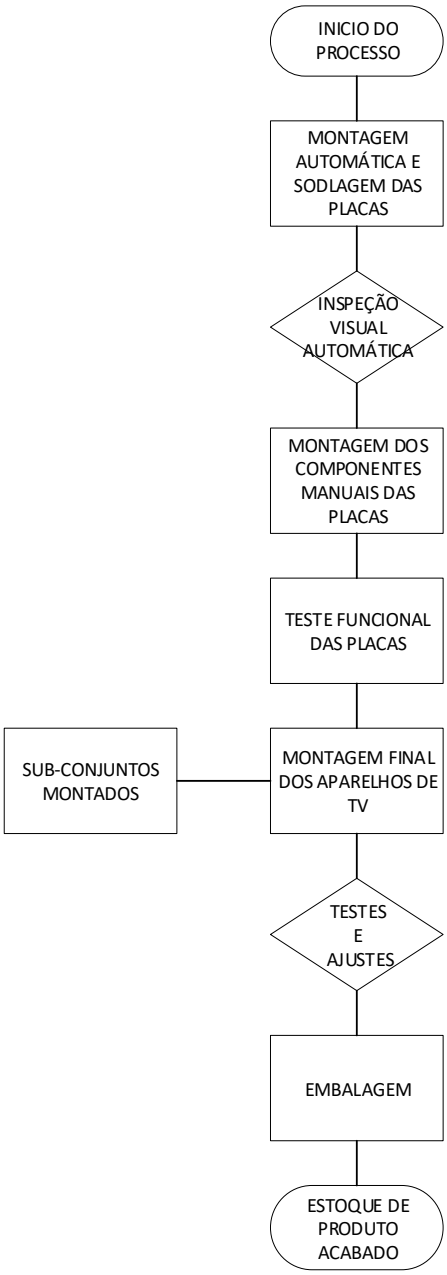


Figura 3.1 - Roteiro de produção.

f) Teste final e ajuste – visa assegurar desempenho do aparelho dentro dos padrões e objetivos de qualidade estabelecidos pela empresa. Aparelhos rejeitados são segregados par análise e reparo;

g) Embalagem do produto – o produto é colocado em sua caixa, com seus itens de proteção e assessórios que compõe o produto final, como manuais de instrução, controles remotos, cabos, etc.

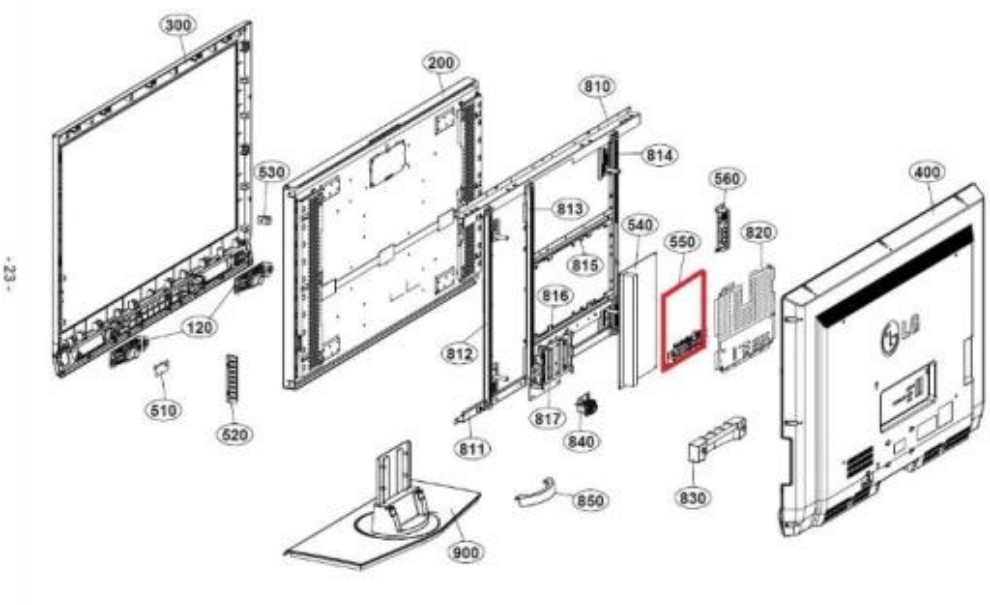


Figura 3.2 - Vista explodida de uma TV de LCD.

O trabalho terá enfoque na etapa de montagem final, por ser a de maior uso de mão de obra direta e, por isso, produzir maior quantidade de informações e possibilitar maior ganho em caso de melhorias de eficiência

3.1.3 - Descrição do problema e limitação do escopo

O sequenciamento da atividade de montagem final de um aparelho de TV LCD segue uma lógica bem definida, obedecendo as características técnicas do produto, características da linha de montagem e requerimentos de qualidade colocado pela empresa. Essa sequência lógica é descrita, para o problema que está sendo estudado, na Tabela 3.1. A tabela lista as tarefas necessárias à montagem do produto, identificadas pela sequência A1, A2, A3, ..., A43. Essas tarefas são tratadas como indivisíveis, não podendo ser desmembradas para execução em mais de uma estação de trabalho. As demais colunas da tabela informam a descrição do item, que identifica a peça a ser agregada ao produto; o tipo de atividade a ser realizada com o item descrito; Tempo da Tarefa, que é o tempo médio necessário para a realização da tarefa, em segundos.

Tabela 3.1- Lista de tarefas necessária à montagem final de um aparelho de TV LCD.

Tarefa	Descrição do Item	Tipo de Atividade	T. Tarefa (s)
A1	PAINEL 49"	Pegar / Desembalar	16,5
A2	PAINEL 49"	Colocar na Esteira	8,4
A3	PAINEL 49"	Alinhar Painel	9,2
A4	ETIQ CONT PRODUTO	Montar	3,4
A5	SUPORTE FIXACAO PEDESTAL ESQ	Montar	2,9
A6	FIXAR 3X SUP. PEDESTAL ESQ.	Fixar	4,5
A7	SUPORTE FIXACAO PEDESTAL DIR	Montar	2,9
A8	FIXAR 3X SUP. PEDESTAL DIR	Fixar	7,8
A9	SUPORTE MET FIXACAO (PAREDE)	Montar	8,1
A10	FIXAR 4X SUP. PAREDE	Fixar	9,2
A11	FIXAR 4X SUP. PAREDE	Fixar	6,4
A12	SUPORTE FIXACAO WIFI	Montar	3,8
A13	FIXAR 1X SUP. WIFI	Fixar	2,0
A14	PLACA ISOLANTE PVC 220X164MM	Montar	3,9
A15	PCI FONTE	Desembalar e Montar	2,0
A16	FIXAR 4X PCI FONTE	Fixar	6,7
A17	ESPACADOR PLAST PCI	Montar	6,1
A18	CABO PAINEL	Conexão na PCI Fonte	2,3
A19	CABO FLEX 14P	Pega / Conectar (Fonte)	2,4
A20	PCI WIFI	Montar no Sup.	2,3
A21	LEITURA (ETIQ. X PAINEL)	Ler Código de Barras	2,1
A22	PCI PR	Pegar e Montar	2,3
A23	PAINEL AV LATERAL	Montar	2,1
A24	FIXAR 5X PCI PR	Fixar	9,4
A25	LEITURA (ETIQ. X PCI PR)	Ler Código de Barras	1,5
A26	CABO FLEX 14P	Conectar na PCI PR	2,4
A27	CABO FLEX 8P	Conectar na PCI WIFI	3,6
A28	CABO FLEX 8P	Conexão na PCI PR	3,4
A29	CABO FLAT LVDS	Película, Conexão no Painel	4,8
A30	CABO FLAT LVDS	Conexão na PCI PR	2,7
A31	ARRUMAR CABO FLEX 10P, 8P E 14P	Deixar 1 Fita p/ próx. Posto	9,2
A32	TAMPA TRASEIRA	Pega / Aproximação	2,1
A33	CABO FLEX 10P	Conexão na PCI PR	2,7
A34	ARRUMAR CABO FLEX 10P	1 Fita	1,7
A35	TAMPA TRASEIRA	Encaixe no Painel	2,6
A36	TAMPA PLÁSTICO	Montar	3,1
A37	FIXAR 2X TAMPA TRASEIRA	Fixar	5,6
A38	FIXAR 1X TAMPA TRASEIRA	Fixar	3,5
A39	FIXAR 12X TAMPA TRASEIRA	Fixar	10,9
A40	FIXAR 12X TAMPA TRASEIRA	Fixar	10,9
A41	FIXAR 5X TAMPA TRASEIRA	Fixar	9,8
A42	ETIQ. IDENTIFICAÇÃO PROD.	Colar	5,6
A43	CABO DE FORÇA	Conexão na Esteira Teste	7,4

Uma forma gráfica de visualização da inter-relação das tarefas necessárias à montagem final do produto é através de um diagrama ou rede de precedências (Figura 3.3), técnica usada em gerenciamento de projetos e que tem sido utilizada nos estudos de ALBP, com o objetivo de facilitar a visualização dessas relações entre tarefas.

Cada círculo representa uma das 43 tarefas da Tabela 3.1. Contém nó de entrada e nó de saída, que podem ter múltiplos acessos. Cada nó de saída de uma tarefa se conecta ao nó de entrada das tarefas sucessoras, diretamente dependentes da primeira. A direção da seta indica a relação entrada-saída de cada tarefa.

No exemplo da Figura 3.3, a realização da tarefa A2 depende diretamente da finalização da tarefa A1. Já a tarefa A3, depende da tarefa A2. As tarefas A4, A5, A7, A9, A12, A14 dependem da finalização da tarefa A3, mas podem ser realizadas de forma concorrente ou paralelas entre si. Segue-se a mesma lógica até que se descrevam todas as 43 tarefas.

A descrição correta das relações de precedência é fundamental para a construção do modelo matemático correspondente ao produto e, sem isso, pode conduzir a resultados errados.

Outro ponto relevante é que a rede de precedências deve ser a mais simples o possível, evitando relações de dependências redundantes ou indiretas desnecessárias. Isso porque cada relação de dependência entre tarefas, indicadas pelas setas do diagrama, irá conduzir a uma equação no conjunto que compõe o modelo matemático. Assim, relações desnecessárias irão deixar apenas o modelo mais complexo e mais custoso para ser solucionado, sem trazer nenhum benefício ao resultado.

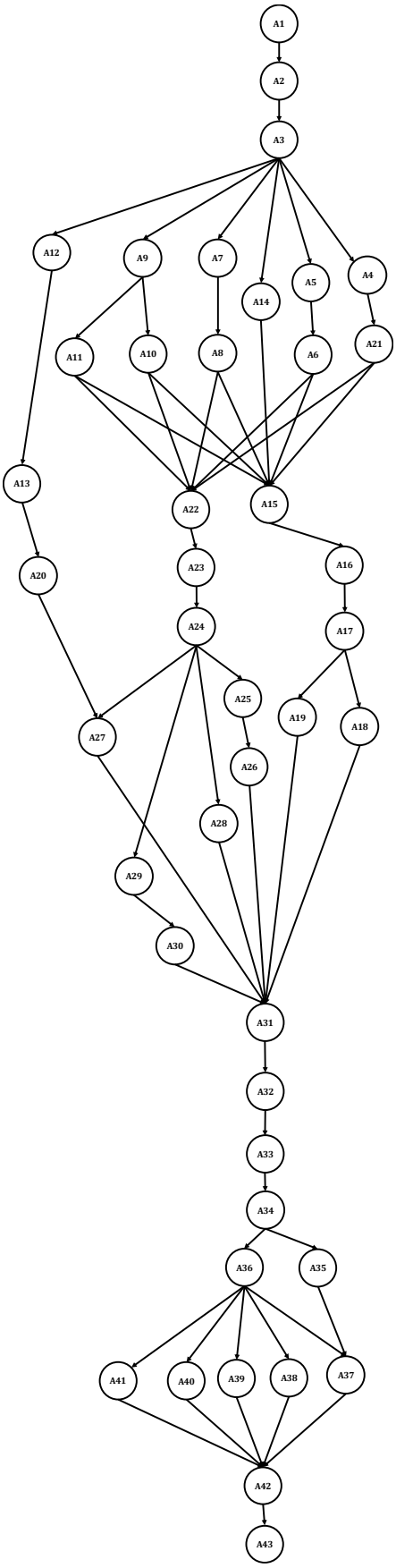


Figura 3.3 - Rede de precedência do modelo específico de TV LCD em estudo.

A disposição física dos postos de trabalho e da linha de produção é visualizada na Figura 3.4. Essa estrutura de linha de montagem, como dito anteriormente, atende a um pequeno grupo de produtos dentro de uma definição de capacidade e distribuição de atividade definidos pela engenharia industrial da empresa.

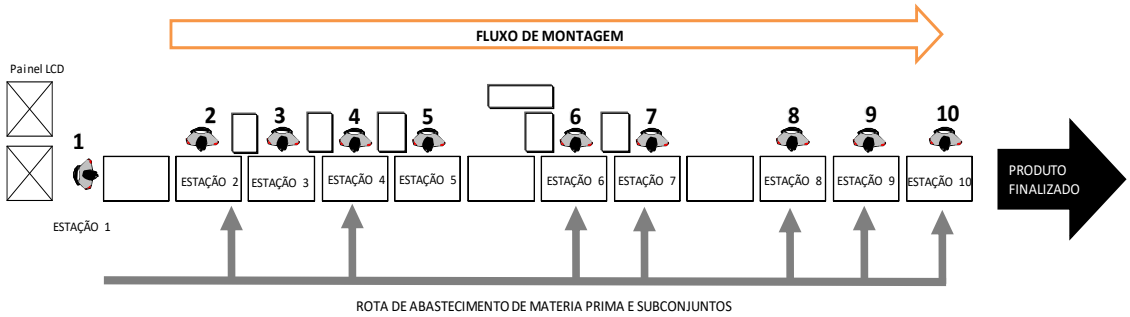


Figura 3.4 - Layout de montagem final.

A figura ilustra alguns pontos importantes da organização da linha de montagem em estudo:

a) Arranjo físico das 10 estações de trabalho;
b) Rota de abastecimento de insumos para montagem;
c) Sentido de montagem do produto;
d) Posição de alimentação do item inicial (painel de LCD).

Ao término, cada unidade produzida está apta a ser encaminhada, em lote unitário, à etapa de teste funcional e, em seguida, para a etapa de embalagem, o que finaliza completamente o produto na condição de venda ao cliente final.

3.2 - LEVANTAMENTO DE DADOS E MODELAGEM DO PROBLEMA

Com o objetivo de identificar oportunidades de melhoria na eficiência no uso da mão de obra direta, foi definido uma linha de montagem final e um modelo como objeto deste estudo, sendo um aparelho de TV de 49 polegadas. A sequência que será seguida neste estudo é:

a) Levantamento da situação atual do balanceamento, para o produto definido para experimentação, com coleta de dados cronometrados e registro das atividades sendo realizadas em cada estação de trabalho. O fluxograma Figura 3.5 descreve os passos dessa etapa. Avaliação dos indicadores de eficiência, variância, Tempo de ciclo e quantidade de mão de obra direta.

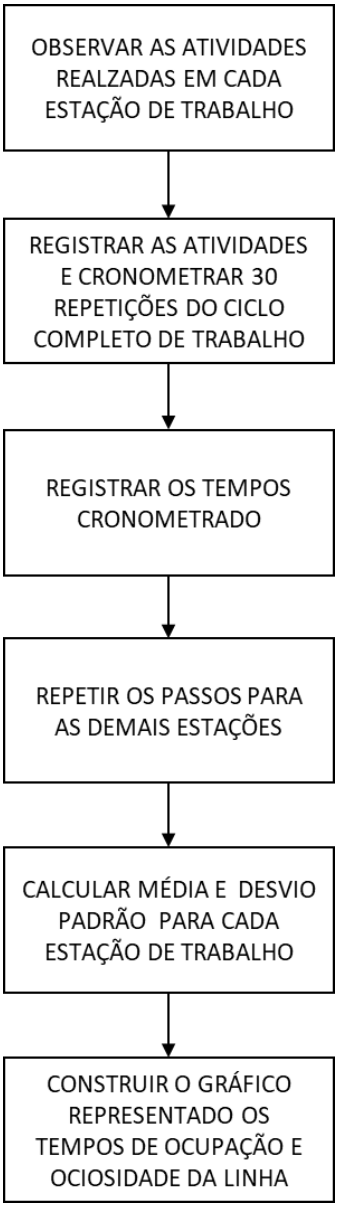


Figura 3.5 – Fluxograma para coleta de tempos de atividades na linha de produção.

Os dados coletados e os cálculos de Tempo de Ciclo, Taxa de Produção (capacidade da linha), Eficiência, Média e Desvio Padrão de cada estação de serão demonstrados no capítulo seguinte.

b) Modelagem do problema de balanceamento usando programação linear inteira, para otimizar (reduzir) o tempo de ciclo. Nesta etapa, será realizado a construção das equações de otimização e restrições em cima dos dados e premissas técnicas do estudo de caso proposto. O modelo a ser usado é o proposto por E.H. Bowman, em seu artigo Assembly-Line Balancing by Linear Programming – 1959, atualizado para computação mais moderna por BAYBARS (1986).

Notações:

n: Número de tarefas (i = 1, ... , n);

m: Número de estações de trabalho (j = 1, ... , m);

t_i: Tempo de operação da tarefa i;

ct: Tempo de ciclo;

P: Subconjunto de tarefas (i, k), dado a relação de precedência direta;

m_{min}: Número mínimo de estações de trabalho;

m_{max}: Número máximo de estações de trabalho.

Variáveis de decisão:

$x_{ij} \in \{0, 1\}$ 1 se a tarefa i for atribuída à estação j;

0 em caso contrário ($\forall i$; $j = m_{min}, ..., m_{max}$);

$y_j \in \{0, 1\}$ 1 se alguma tarefa i é atribuída à estação j;

0 em caso contrário (j = 1, ..., m_{max});

$ct \geq 0$ Tempo de ciclo é estabelecido como sendo maior ou igual a zero;

m^* Número mínimo de estações de trabalho.

Função Objetivo:

$$minimizar\, Z = ct \tag{3.1}$$

Sujeito à (restrições):

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad \forall i = \{1, 2 \ldots, n\} \tag{3.2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i x_{ij} \leq ct; \quad \forall j = \{1, 2 \ldots, m\} \tag{3.3}$$

$$x_{ik} \leq \sum_{j=1}^{k} x_{hj} \quad \forall i \epsilon \mathrm{I}, \forall k \epsilon \mathrm{J} \ e \ \forall h \epsilon P_i \tag{3.4}$$

$$x_{ij} \epsilon (0;1); \qquad \forall i = 1; 2; \ldots; n; \ j = 1; 2; \ldots; m \tag{3.5}$$

A Eq. (3.1) descreve o objetivo do modelo, que é minimizar o tempo de ciclo para um dado número fixo de estações de trabalho. Aqui, trabalharemos com o número fixo de estações como sendo 10. A Eq. (3.2) impões que uma determinada tarefa seja atribuída à uma única estação de trabalho somente, sendo Xij variáveis inteiras e binárias (0; 1) e

representam a alocação de uma determinada tarefa j em uma dada estação i de trabalho. A Eq. (3.3) impõe que o somatório dos tempos das tarefas atribuídas à uma determinada estação seja sempre igual ou menor que o tempo de ciclo. A Eq. (3.4) impõe que uma dada tarefa k somente possa ser atribuída à uma estação caso sua antecessora, no conjunto de tarefas precedentes, já tenha sido atribuída à uma estação qualquer. A Eq. (3.4) é a que define matematicamente a rede de precedências que foi demonstrada anteriormente. O conjunto de Eq. (3.5) serve para definir que as variáveis Xij sejam inteiras e binárias, neste caso.

c) Aplicação de método gráfico, por tentativa e erro, para melhora no balanceamento da linha de produção. Esse é o método empírico usado atualmente usado pela engenharia industrial da empresa e também é bastante difundido nas empresas do setor globalmente, com algumas variações na forma. A Figura 3.6 ilustra a sequência de passos para esse método.

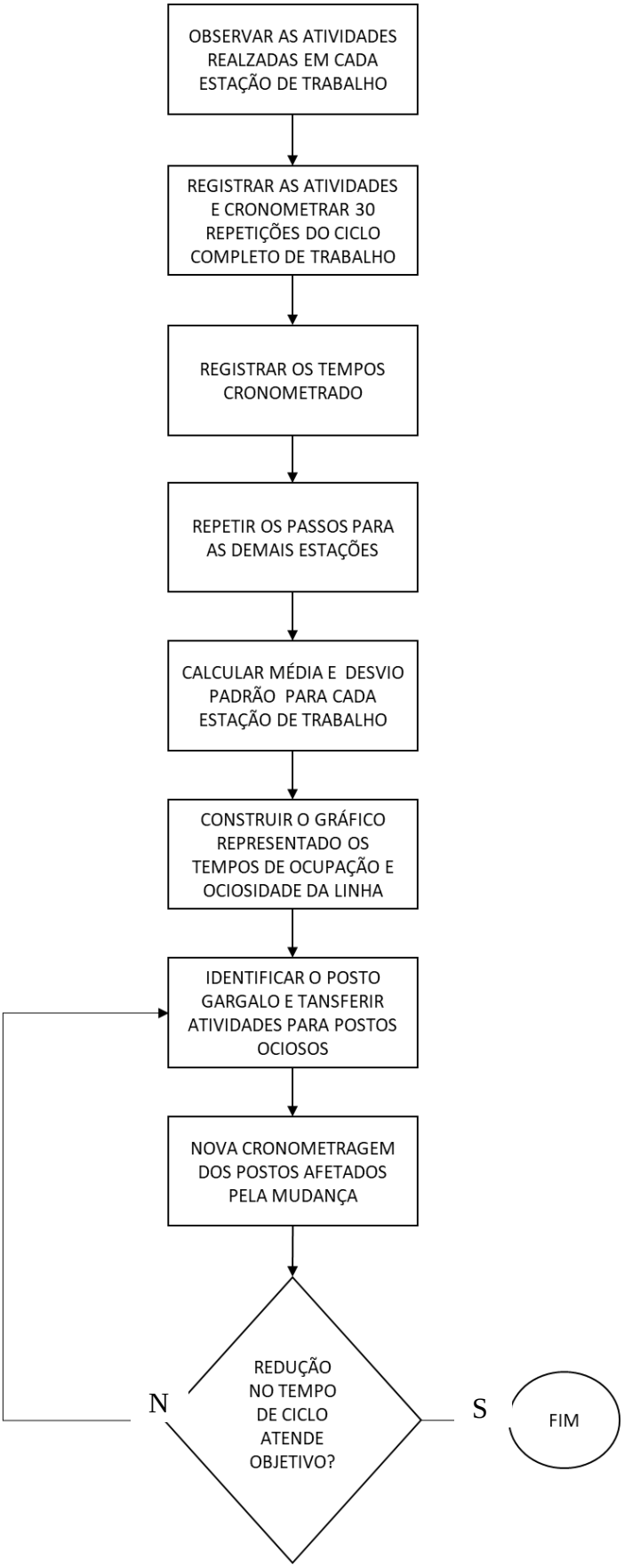


Figura 3.6 – Fluxograma de balanceamento de linha – método de tentativa e erro.

Embora esse seja um método de tentativa e erro, é bastante eficiente quando feito por profissionais com experiência, além de possibilitar a avaliação de outros fatores que aqueles usados na modelagem matemática. Tem sequência definida e indicadores ou marcadores que servem de referência para observação do resultado, que pode observado de forma imediata ou em curto espaço de tempo.

d) Aplicação do método SIMPLEX MILP para resolução do modelo matemático feito do problema de balanceamento de linha. Para isso, será utilizado o programa computacional LINGO 17 da empresa Lindo System. Esse programa tem sido utilizado em artigos científicos que tratam de modelagem e otimização pela comunidade acadêmica.

e) Simulação, através do programa de computador MATLAB da empresa Mathworks, por eventos discretos, do cenário III que é o resultado da otimização por programação linear método SIMPLEX MILP, para avaliar o seu comportamento dinâmico. O Matlab é um programa bastante difundido no meio acadêmico e seu pacote de simulação é uma ferramenta importante para o estudo do comportamento dinâmico de processos.

f) Comparação dos resultados de tempo de ciclo, eficiência, variância, quantidade de mão de obra direta e taxa de produção por unidade de tempo. Através de uma tabela comparativa e gráficos, poderemos avaliar os pontos importantes de cada método e o resultado da aplicação de recomendações de melhoria visando a otimização da eficiência da linha de montagem, através da redução de seu tempo de ciclo.

g) Análise crítica do resultado e aplicabilidade das ferramentas, dentro do contexto proposto para o estudo, com o objetivo de fornecer elementos práticos que possam ser, de forma integral ou parcial, utilizados no dia-a-dia desta ou demais empresas com problemas semelhantes.

h) Esta pesquisa se limita a tratar o problema do balanceamento de linha simples, onde a linha de produção monta apenas um produto por vez. A linha de produção é assíncrona e com transferência entre uma estação e outra por meio mecanizado.

CAPÍTULO 4

MODELAGEM E SIMULAÇÃO

4.1 - MODELO DA LINHA DE MONTAGEM – SITUAÇÃO INICIAL

Como dito no capítulo anterior, para estabelecer uma referência para comparação de melhorias aplicadas e também fornecer dados para esta pesquisa, o modelo da linha de produção na condição inicial do estudo é aqui descrito. Usaremos um modelo de gráfico de barras para representar a taxa de ocupação e de ociosidade, de cada estação de trabalho, dentro do tempo de ciclo. A tabela associada traz informação sobre as tarefas que compõe cada estação e a soma dos tempos das tarefas atribuídas à essa.

4.1.1 - Características da linha de montagem

A linha de produção, em sua seção principal de montagem final, contém 10 estações de trabalho que são interligadas por uma esteira mecanizada que transporta o corpo do aparelho em processo de uma estação para a seguinte. A esteira é seccionada, composta por módulos independentes. Cada estação de trabalho tem um operador apenas e é este que aciona a esteira quando conclui sua atividade, encaminhando o aparelho para a estação seguinte e liberando sua estação para o recebimento do próximo aparelho. Esse processo é descrito como assíncrono, por que é o operador quem decide o momento da transferência do aparelho de uma estação para a seguinte. Embora a linha seja desenhada para produzir certa diversidade de aparelhos, ela produz apenas um modelo de TV LCD por vez, que pode ficar vários dias em uma dada ordem de produção.

A Figura 4.1 indica o arranjo físico da linha, na condição inicial. A linha recebe todos os insumos para a montagem organizados em caixas ou carros. Dentre esses insumos constam alguns subconjuntos de montagem interna, como as placas (principal, fonte e wi-fi) e também o conjunto tampa traseira com os alto-falantes e seus cabos previamente montados.

As estações de trabalho e seus operadores estão indicados com numeração de 1 a 10, que é o número de estações definido no problema.

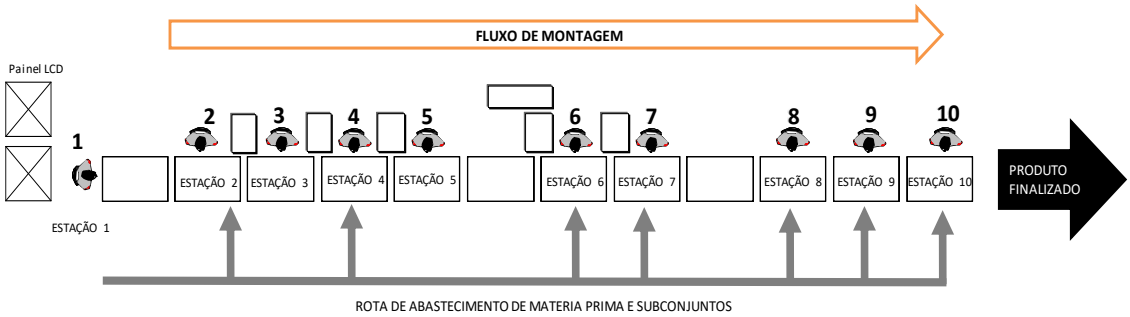


Figura 4.1 – Layout da linha de montagem em estudo.

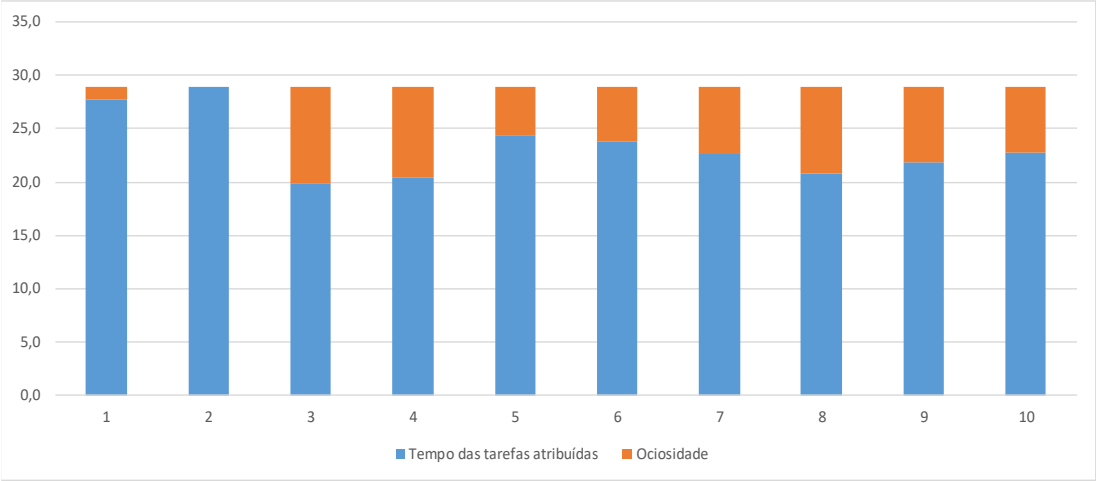
4.1.2 - Distribuição das tarefas nos postos

As tarefas para montagem do aparelho de TV LCD foram identificadas com a designação A1, A2, ... A43. A Tabela 4.1 indica as tarefas de forma revisada para incluir essa notação. Nela, podemos observar os tempos de execução e o relacionamento de precedências.

Com base na tabela de tarefas, o modelo de balanceamento da linha de produção em sua condição inicial é demonstrado na Figura 4.2. Neste modelo, usamos o maior tempo de ocupação dentre as estações de trabalho para defini-lo como sendo o tempo de ciclo da linha, de acordo com as teorias das restrições. Posteriormente, este tempo de ciclo poderá ser revisado, na prática, para compensar fatores de fadiga e risco ergonômico para os operadores oriundos da repetição das tarefas ao longo do turno de trabalho.

Tabela 4.1 – Relação das tarefas para montagem do produto TV LCD 49 pol.

Tarefa	Descrição do Item	T. Tarefa (s)	Tarefas Sucessoras
A1	PAINEL 49"	16,5	A2
A2	PAINEL 49"	8,4	A3
A3	PAINEL 49"	9,2	A4, A5, A7, A9, A14, A12
A4	ETIQ CONT PRODUTO	3,4	A21
A5	SUPORTE FIXACAO PEDESTAL ESQ	2,9	A6
A6	FIXAR 3X SUP. PEDESTAL ESQ.	4,5	A15, A22
A7	SUPORTE FIXACAO PEDESTAL DIR	2,9	A8
A8	FIXAR 3X SUP. PEDESTAL DIR	7,8	A15, A22
A9	SUPORTE MET FIXACAO (PAREDE)	8,1	A10, A11
A10	FIXAR 4X SUP. PAREDE	9,2	A15, A22
A11	FIXAR 4X SUP. PAREDE	6,4	A15, A22
A12	SUPORTE FIXACAO WIFI	3,8	A13
A13	FIXAR 1X SUP. WIFI	2,0	A15, A20
A14	PLACA ISOLANTE PVC 220X164MM	3,9	A15
A15	PCI FONTE	2,0	A16
A16	FIXAR 4X PCI FONTE	6,7	A17
A17	ESPACADOR PLAST PCI	6,1	A18, A19
A18	CABO PAINEL	2,3	A31
A19	CABO FLEX 14P	2,4	A31
A20	PCI WIFI	2,3	A27
A21	LEITURA (ETIQ. X PAINEL)	2,1	A15, A22
A22	PCI PR	2,3	A23, A25
A23	PAINEL AV LATERAL	2,1	A24
A24	FIXAR 5X PCI PR	9,4	A25, A26, A27, A28, A29
A25	LEITURA (ETIQ. X PCI PR)	1,5	A26
A26	CABO FLEX 14P	2,4	A31
A27	CABO FLEX 8P	3,6	A31
A28	CABO FLEX 8P	3,4	A31
A29	CABO FLAT LVDS	4,8	A31
A30	CABO FLAT LVDS	2,7	A31
A31	ARRUMAR CABO FLEX 10P, 8P E 14P	9,2	A32
A32	TAMPA TRASEIRA	2,1	A33
A33	CABO FLEX 10P	2,7	A34
A34	ARRUMAR CABO FLEX 10P	1,7	A35A36
A35	TAMPA TRASEIRA	2,6	A37
A36	TAMPA PLÁSTICO	3,1	A37, A38, A39, A40, A41
A37	FIXAR 2X TAMPA TRASEIRA	5,6	A42
A38	FIXAR 1X TAMPA TRASEIRA	3,5	A42
A39	FIXAR 12X TAMPA TRASEIRA	10,9	A42
A40	FIXAR 12X TAMPA TRASEIRA	10,9	A42
A41	FIXAR 5X TAMPA TRASEIRA	9,8	A42
A42	ETIQ. IDENTIFICAÇÃO PROD.	5,6	A43
A43	CABO DE FORÇA	7,4	A44



Estação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tempo das tarefas atribuídas	27,8	28,9	19,9	20,4	24,3	23,8	22,6	20,8	21,8	22,8
Tempo máximo geral (gargalo)	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9
Tc	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9
Ociosidade	1,1	0,0	9,0	8,5	4,6	5,1	6,3	8,1	7,1	6,1
Tarefas	A1	A2	A4	A9	A13	A19	A21	A26	A29	A31
		A3	A6	A10	A14	A20	A23	A27	A30	A32
		A5	A8	A12	A15	A22	A25	A28		A33
		A7			A16	A24				
		A11			A17					
					A18					

Figura 4.2 – Gráfico do balanceamento da linha de montagem

O gráfico da Figura 4.2 indica em cor azul a parte do tempo em cada estação em que o operador está ocupado e seu tempo ocioso, dentro do ciclo da linha. No campo TAREFAS, estão indicadas aquelas que compõem cada estação de trabalho.

4.2 - MODELOS MATEMÁTICOS POR PROGRAMAÇÃO LINEAR

Utilizando o modelo proposto por BOWMAN (1960) e BAYBARS (1986), o modelo de equações para o SALB segue a seguinte estrutura, dentro do método de resolução por programação linear inteira:

a) A função objetivo para resolver o problema proposto é minimizar o tempo de ciclo.

Função Objetivo:

$$minimizar\ Z = ct \tag{4.1}$$

b) Restrições sobre a carga de trabalho de cada estação:

Equações (inequações) de restrição para tempo de ciclo tem como base o modelo original de Bowman cuja expressão genérica é:

$$\begin{array}{l} A_a + A_b + A_c + A_d + \ldots + A_i \leq ct \\ B_a + B_b + B_c + B_d + \ldots + B_i \leq ct \\ \ldots \qquad\qquad \ldots \qquad\qquad \ldots \\ J_a + J_b + J_c + J_d + \ldots + J_i \leq ct \end{array} \tag{4.2}$$

As variáveis simbolizadas da forma A_a, A_b, etc, representam a parcela, em unidade de tempo, das tarefas *a, b, ..., i* alocadas a cada uma das estações de trabalho *A, B, ..., J*.

Este conjunto de inequações define que nenhuma estação de trabalho ficará sobrecarregada. Ou seja, maior que o tempo de ciclo da linha. Para fins de resolução por programação linear inteira, as inequações são reescritas para ficarem na forma:

$$-ct + A_a + A_b + A_c + A_d + \ldots + A_i \leq 0 \tag{4.3}$$

Assim, o conjunto de inequações utilizará a variável inteira X_{ij} que assumira valores binários (0; 1). Ao todo, são 10 inequações, uma para cada estação de trabalho. O índice *i* varia de 1 a 43 que é o total de tarefas a serem distribuídas. O índice j varia de 1 a 10, que é o número de estações de trabalho. As variáveis X_{ij} são multiplicadas por um coeficiente C_i que corresponde ao tempo de execução da tarefa *i*, de acordo com a Tabela 4.1.

$$\begin{array}{l} -ct + 16.5 * XA1_1 + 8.4 * XA2_1 + 9.24 * XA3_1 + 3.4 * XA4_1 + 2.89 * XA5_1 + 4.5 * \\ XA6_1 + 2.89 * XA7_1 + 7.8 * XA8_1 + 8.09 * XA9_1 + 9.2 * XA10_1 + 6.4 * XA11_1 + 3.79 * \\ XA12_1 + 2 * XA13_1 + 3.9 * XA14_1 + 2 * XA15_1 + 6.7 * XA16_1 + 6.1 * XA17_1 + 2.3 * \\ XA18_1 + 2.4 * XA19_1 + 2.3 * XA20_1 + 2.13 * XA21_1 + 2.3 * XA22_1 + 2.1 * XA23_1 + \\ 9.4 * XA24_1 + 1.5 * XA25_1 + 2.4 * XA26_1 + 3.6 * XA27_1 + 3.4 * XA28_1 + 4.8 * \\ XA29_1 + 2.7 * XA30_1 + 9.2 * XA31_1 + 2.1 * XA32_1 + 2.7 * XA33_1 + 1.7 * XA34_1 + \\ 2.6 * XA35_1 + 3.1 * XA36_1 + 5.6 * XA37_1 + 3.5 * XA38_1 + 10.92 * XA39_1 + 10.92 * \\ XA40_1 + 9.8 * XA41_1 + 5.6 * XA42_1 + 7.4 * XA43_1 \leq 0 \end{array} \tag{4.4}$$

Na Eq. (4.4) o significado de cada parcela da equação é:

ct: representa o tempo de ciclo;

$16.5 * XA1_1$: é o tempo da tarefa A1 (16,5 s) multiplicado pela variável $XA1_1$, que assumirá o valor 1 caso a tarefa A1 seja alocada na estação 1 e zero em caso contrário;

$8.4 * XA2_1$: é o tempo da tarefa A2 (8,4 s) multiplicado pela variável $XA2_1$, que assume o valor igual a 1 se a tarefa A2 for alocada na estação 1;

$7.4 * XA43_1$: é o tempo da tarefa A43 (7,4 s) multiplicado pela variável $XA43_1$, que retorna 1 se a tarefa 43 for alocada à estação 1.

A mesma lógica se aplica à demais Eqs. (4.5) a (4.13), que formam o conjunto de restrição que limitam o tempo total em cada estação de trabalho ao tempo de ciclo da linha.

$$-ct + 16.5 * XA1_2 + 8.4 * XA2_2 + 9.24 * XA3_2 + 3.4 * XA4_2 + 2.89 * XA5_2 + 4.5 * XA6_2 + 2.89 * XA7_2 + 7.8 * XA8_2 + 8.09 * XA9_2 + 9.2 * XA10_2 + 6.4 * XA11_2 + 3.79 * XA12_2 + 2 * XA13_2 + 3.9 * XA14_2 + 2 * XA15_2 + 6.7 * XA16_2 + 6.1 * XA17_2 + 2.3 * XA18_2 + 2.4 * XA19_2 + 2.3 * XA20_2 + 2.13 * XA21_2 + 2.3 * XA22_2 + 2.1 * XA23_2 + 9.4 * XA24_2 + 1.5 * XA25_2 + 2.4 * XA26_2 + 3.6 * XA27_2 + 3.4 * XA28_2 + 4.8 * XA29_2 + 2.7 * XA30_2 + 9.2 * XA31_2 + 2.1 * XA32_2 + 2.7 * XA33_2 + 1.7 * XA34_2 + 2.6 * XA35_2 + 3.1 * XA36_2 + 5.6 * XA37_2 + 3.5 * XA38_2 + 10.92 * XA39_2 + 10.92 * XA40_2 + 9.8 * XA41_2 + 5.6 * XA42_2 + 7.4 * XA43_2 \leq 0 \quad (4.5)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_3 + 8.4 * XA2_3 + 9.24 * XA3_3 + 3.4 * XA4_3 + 2.89 * XA5_3 + 4.5 * XA6_3 + 2.89 * XA7_3 + 7.8 * XA8_3 + 8.09 * XA9_3 + 9.2 * XA10_3 + 6.4 * XA11_3 + 3.79 * XA12_3 + 2 * XA13_3 + 3.9 * XA14_3 + 2 * XA15_3 + 6.7 * XA16_3 + 6.1 * XA17_3 + 2.3 * XA18_3 + 2.4 * XA19_3 + 2.3 * XA20_3 + 2.13 * XA21_3 + 2.3 * XA22_3 + 2.1 * XA23_3 + 9.4 * XA24_3 + 1.5 * XA25_3 + 2.4 * XA26_3 + 3.6 * XA27_3 + 3.4 * XA28_3 + 4.8 * XA29_3 + 2.7 * XA30_3 + 9.2 * XA31_3 + 2.1 * XA32_3 + 2.7 * XA33_3 + 1.7 * XA34_3 + 2.6 * XA35_3 + 3.1 * XA36_3 + 5.6 * XA37_3 + 3.5 * XA38_3 + 10.92 * XA39_3 + 10.92 * XA40_3 + 9.8 * XA41_3 + 5.6 * XA42_3 + 7.4 * XA43_3 \leq 0 \quad (4.6)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_4 + 8.4 * XA2_4 + 9.24 * XA3_4 + 3.4 * XA4_4 + 2.89 * XA5_4 + 4.5 * XA6_4 + 2.89 * XA7_4 + 7.8 * XA8_4 + 8.09 * XA9_4 + 9.2 * XA10_4 + 6.4 * XA11_4 + 3.79 * XA12_4 + 2 * XA13_4 + 3.9 * XA14_4 + 2 * XA15_4 + 6.7 * XA16_4 + 6.1 * XA17_4 + 2.3 * XA18_4 + 2.4 * XA19_4 + 2.3 * XA20_4 + 2.13 * XA21_4 + 2.3 * XA22_4 + 2.1 * XA23_4 + 9.4 * XA24_4 + 1.5 * XA25_4 + 2.4 * XA26_4 + 3.6 * XA27_4 + 3.4 * XA28_4 + 4.8 * XA29_4 + 2.7 * XA30_4 + 9.2 * XA31_4 + 2.1 * XA32_4 + 2.7 * XA33_4 + 1.7 * XA34_4 + 2.6 * XA35_4 + 3.1 * XA36_4 + 5.6 * XA37_4 + 3.5 * XA38_4 + 10.92 * XA39_4 + 10.92 * XA40_4 + 9.8 * XA41_4 + 5.6 * XA42_4 + 7.4 * XA43_4 \leq 0 \quad (4.7)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_5 + 8.4 * XA2_5 + 9.24 * XA3_5 + 3.4 * XA4_5 + 2.89 * XA5_5 + 4.5 * XA6_5 + 2.89 * XA7_5 + 7.8 * XA8_5 + 8.09 * XA9_5 + 9.2 * XA10_5 + 6.4 * XA11_5 + 3.79 * XA12_5 + 2 * XA13_5 + 3.9 * XA14_5 + 2 * XA15_5 + 6.7 * XA16_5 + 6.1 * XA17_5 + 2.3 * XA18_5 + 2.4 * XA19_5 + 2.3 * XA20_5 + 2.13 * XA21_5 + 2.3 * XA22_5 + 2.1 * XA23_5 + 9.4 * XA24_5 + 1.5 * XA25_5 + 2.4 * XA26_5 + 3.6 * XA27_5 + 3.4 * XA28_5 + 4.8 * XA29_5 + 2.7 * XA30_5 + 9.2 * XA31_5 + 2.1 * XA32_5 + 2.7 * XA33_5 + 1.7 * XA34_5 + 2.6 * XA35_5 + 3.1 * XA36_5 + 5.6 * XA37_5 + 3.5 * XA38_5 + 10.92 * XA39_5 + 10.92 * XA40_5 + 9.8 * XA41_5 + 5.6 * XA42_5 + 7.4 * XA43_5 \leq 0 \quad (4.8)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_6 + 8.4 * XA2_6 + 9.24 * XA3_6 + 3.4 * XA4_6 + 2.89 * XA5_6 + 4.5 * XA6_6 + 2.89 * XA7_6 + 7.8 * XA8_6 + 8.09 * XA9_6 + 9.2 * XA10_6 + 6.4 * XA11_6 + 3.79 * XA12_6 + 2 * XA13_6 + 3.9 * XA14_6 + 2 * XA15_6 + 6.7 * XA16_6 + 6.1 * XA17_6 + 2.3 * XA18_6 + 2.4 * XA19_6 + 2.3 * XA20_6 + 2.13 * XA21_6 + 2.3 * XA22_6 + 2.1 * XA23_6 + 9.4 * XA24_6 + 1.5 * XA25_6 + 2.4 * XA26_6 + 3.6 * XA27_6 + 3.4 * XA28_6 + 4.8 * XA29_6 + 2.7 * XA30_6 + 9.2 * XA31_6 + 2.1 * XA32_6 + 2.7 * XA33_6 + 1.7 * XA34_6 + 2.6 * XA35_6 + 3.1 * XA36_6 + 5.6 * XA37_6 + 3.5 * A38_6 + 10.92 * XA39_6 + 10.92 * XA40_6 + 9.8 * XA41_6 + 5.6 * XA42_6 + 7.4 * XA43_6 \leq 0 \quad (4.9)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_7 + 8.4 * XA2_7 + 9.24 * XA3_7 + 3.4 * XA4_7 + 2.89 * XA5_7 + 4.5 * XA6_7 + 2.89 * XA7_7 + 7.8 * XA8_7 + 8.09 * XA9_7 + 9.2 * XA10_7 + 6.4 * XA11_7 + 3.79 * XA12_7 + 2 * XA13_7 + 3.9 * XA14_7 + 2 * XA15_7 + 6.7 * XA16_7 + 6.1 * XA17_7 + 2.3 * XA18_7 + 2.4 * XA19_7 + 2.3 * XA20_7 + 2.13 * XA21_7 + 2.3 * XA22_7 + 2.1 * XA23_7 + 9.4 * XA24_7 + 1.5 * XA25_7 + 2.4 * XA26_7 + 3.6 * XA27_7 + 3.4 * XA28_7 + 4.8 * XA29_7 + 2.7 * XA30_7 + 9.2 * XA31_7 + 2.1 * XA32_7 + 2.7 * XA33_7 + 1.7 * XA34_7 + 2.6 * XA35_7 + 3.1 * XA36_7 + 5.6 * XA37_7 + 3.5 * XA38_7 + 10.92 * XA39_7 + 10.92 * XA40_7 + 9.8 * XA41_7 + 5.6 * XA42_7 + 7.4 * XA43_7 \leq 0 \quad (4.10)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_8 + 8.4 * XA2_8 + 9.24 * XA3_8 + 3.4 * XA4_8 + 2.89 * XA5_8 + 4.5 * XA6_8 + 2.89 * XA7_8 + 7.8 * XA8_8 + 8.09 * XA9_8 + 9.2 * XA10_8 + 6.4 * XA11_8 + 3.79 * XA12_8 + 2 * XA13_8 + 3.9 * XA14_8 + 2 * XA15_8 + 6.7 * XA16_8 + 6.1 * XA17_8 + 2.3 * XA18_8 + 2.4 * XA19_8 + 2.3 * XA20_8 + 2.13 * XA21_8 + 2.3 * XA22_8 + 2.1 * XA23_8 + 9.4 * XA24_8 + 1.5 * XA25_8 + 2.4 * XA26_8 + 3.6 * XA27_8 + 3.4 * XA28_8 + 4.8 * XA29_8 + 2.7 * XA30_8 + 9.2 * XA31_8 + 2.1 * XA32_8 + 2.7 * XA33_8 + 1.7 * XA34_8 + 2.6 * XA35_8 + 3.1 * XA36_8 + 5.6 * XA37_8 + 3.5 * XA38_8 + 10.92 * XA39_8 + 10.92 * XA40_8 + 9.8 * XA41_8 + 5.6 * XA42_8 + 7.4 * XA43_8 \leq 0 \quad (4.11)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_9 + 8.4 * XA2_9 + 9.24 * XA3_9 + 3.4 * XA4_9 + 2.89 * XA5_9 + 4.5 * XA6_9 + 2.89 * XA7_9 + 7.8 * XA8_9 + 8.09 * XA9_9 + 9.2 * XA10_9 + 6.4 * XA11_9 + 3.79 * XA12_9 + 2 * XA13_9 + 3.9 * XA14_9 + 2 * XA15_9 + 6.7 * XA16_9 + 6.1 * XA17_9 + 2.3 * XA18_9 + 2.4 * XA19_9 + 2.3 * XA20_9 + 2.13 * XA21_9 + 2.3 * XA22_9 + 2.1 * XA23_9 + 9.4 * XA24_9 + 1.5 * XA25_9 + 2.4 * XA26_9 + 3.6 * XA27_9 + 3.4 * XA28_9 + 4.8 * XA29_9 + 2.7 * XA30_9 + 9.2 * XA31_9 + 2.1 * XA32_9 + 2.7 * XA33_9 + 1.7 * XA34_9 + 2.6 * XA35_9 + 3.1 * XA36_9 + 5.6 * XA37_9 + 3.5 * XA38_9 + 10.92 * XA39_9 + 10.92 * XA40_9 + 9.8 * XA41_9 + 5.6 * XA42_9 + 7.4 * XA43_9 \leq 0 \quad (4.12)$$

$$-ct + 16.5 * XA1_{10} + 8.4 * XA2_{10} + 9.24 * XA3_{10} + 3.4 * XA4_{10} + 2.89 * XA5_{10} + 4.5 * XA6_{10} + 2.89 * XA7_{10} + 7.8 * XA8_{10} + 8.09 * XA9_{10} + 9.2 * XA10_{10} + 6.4 * XA11_{10} + 3.79 * XA12_{10} + 2 * XA13_{10} + 3.9 * XA14_{10} + 2 * XA15_{10} + 6.7 * XA16_{10} + 6.1 * XA17_{10} + 2.3 * XA18_{10} + 2.4 * XA19_{10} + 2.3 * XA20_{10} + 2.13 * XA21_{10} + 2.3 * XA22_{10} + 2.1 * XA23_{10} + 9.4 * XA24_{10} + 1.5 * XA25_{10} + 2.4 * XA26_{10} + 3.6 * XA27_{10} + 3.4 * XA28_{10} + 4.8 * XA29_{10} + 2.7 * XA30_{10} + 9.2 * XA31_{10} + 2.1 * XA32_{10} + 2.7 * XA33_{10} + 1.7 * XA34_{10} + 2.6 * XA35_{10} + 3.1 * XA36_{10} + 5.6 * XA37_{10} + 3.5 * XA38_{10} + 10.92 * XA39_{10} + 10.92 * XA40_{10} + 9.8 * XA41_{10} + 5.6 * XA42_{10} + 7.4 * XA43_{10} \leq 0 \quad (4.13)$$

c) Restrições para alocação de uma mesma tarefa em mais de uma estação de trabalho (multiplicidade de alocação). Aqui, as equações são escritas na forma de possibilitar resolução por meios computacionais. São 43 equações que representam as 43 tarefas a serem executadas, que seguem o modelo da Eq. (4.14):

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1; \forall = 1; 2; \ldots; n \quad (4.14)$$

$$XA1_1 + XA1_2 + XA1_3 + XA1_4 + XA1_5 + XA1_6 + XA1_7 + XA1_8 + XA1_9 + XA1_{10} = 1 \quad (4.15)$$

$$XA2_1 + XA2_2 + XA2_3 + XA2_4 + XA2_5 + XA2_6 + XA2_7 + XA2_8 + XA2_9 + XA2_{10} = 1 \quad (4.16)$$

$$XA3_1 + XA3_2 + XA3_3 + XA3_4 + XA3_5 + XA3_6 + XA3_7 + XA3_8 + XA3_9 + XA3_{10} = 1 \quad (4.17)$$

$$XA4_1 + XA4_2 + XA4_3 + XA4_4 + XA4_5 + XA4_6 + XA4_7 + XA4_8 + XA4_9 + XA4_{10} = 1 \quad (4.18)$$

$$XA5_1 + XA5_2 + XA5_3 + XA5_4 + XA5_5 + XA5_6 + XA5_7 + XA5_8 + XA5_9 + XA5_{10} = 1 \quad (4.19)$$

$$XA6_1 + XA6_2 + XA6_3 + XA6_4 + XA6_5 + XA6_6 + XA6_7 + XA6_8 + XA6_9 + XA6_{10} = 1 \quad (4.20)$$

$$XA7_1 + XA7_2 + XA7_3 + XA7_4 + XA7_5 + XA7_6 + XA7_7 + XA7_8 + XA7_9 + XA7_{10} = 1 \quad (4.21)$$

$$XA8_1 + XA8_2 + XA8_3 + XA8_4 + XA8_5 + XA8_6 + XA8_7 + XA8_8 + XA8_9 + XA8_{10} = 1 \quad (4.22)$$

$$XA9_1 + XA9_2 + XA9_3 + XA9_4 + XA9_5 + XA9_6 + XA9_7 + XA9_8 + XA9_9 + XA9_{10} = 1 \quad (4.23)$$

$$XA10_1 + XA10_2 + XA10_3 + XA10_4 + XA10_5 + XA10_6 + XA10_7 + XA10_8 + XA10_9 + XA10_{10} = 1 \quad (4.24)$$

$$XA11_1 + XA11_2 + XA11_3 + XA11_4 + XA11_5 + XA11_6 + XA11_7 + XA11_8 + XA11_9 + XA11_{10} = 1 \quad (4.25)$$

$$XA12_1 + XA12_2 + XA12_3 + XA12_4 + XA12_5 + XA12_6 + XA12_7 + XA12_8 + XA12_9 + XA12_{10} = 1 \quad (4.26)$$

$$XA13_1 + XA13_2 + XA13_3 + XA13_4 + XA13_5 + XA13_6 + XA13_7 + XA13_8 + XA13_9 + XA13_{10} = 1 \quad (4.27)$$

$$XA14_1 + XA14_2 + XA14_3 + XA14_4 + XA14_5 + XA14_6 + XA14_7 + XA14_8 + XA14_9 + XA14_{10} = 1 \quad (4.28)$$

$$XA15_1 + XA15_2 + XA15_3 + XA15_4 + XA15_5 + XA15_6 + XA15_7 + XA15_8 + XA15_9 + XA15_{10} = 1 \quad (4.29)$$

$$XA16_1 + XA16_2 + XA16_3 + XA16_4 + XA16_5 + XA16_6 + XA16_7 + XA16_8 + XA16_9 + XA16_{10} = 1 \quad (4.30)$$

$$XA17_1 + XA17_2 + XA17_3 + XA17_4 + XA17_5 + XA17_6 + XA17_7 + XA17_8 + XA17_9 + XA17_{10} = 1 \quad (4.31)$$

$$XA18_1 + XA18_2 + XA18_3 + XA18_4 + XA18_5 + XA18_6 + XA18_7 + XA18_8 + XA18_9 + XA18_{10} = 1 \quad (4.32)$$

$$XA19_1 + XA19_2 + XA19_3 + XA19_4 + XA19_5 + XA19_6 + XA19_7 + XA19_8 + XA19_9 + XA19_{10} = 1 \quad (4.33)$$

$$XA20_1 + XA20_2 + XA20_3 + XA20_4 + XA20_5 + XA20_6 + XA20_7 + XA20_8 + XA20_9 + XA20_{10} = 1 \quad (4.34)$$

$$XA21_1 + XA21_2 + XA21_3 + XA21_4 + XA21_5 + XA21_6 + XA21_7 + XA21_8 + XA21_9 + XA21_{10} = 1 \quad (4.35)$$

$$XA22_1 + XA22_2 + XA22_3 + XA22_4 + XA22_5 + XA22_6 + XA22_7 + XA22_8 + XA22_9 + XA22_{10} = 1 \quad (4.36)$$

$$XA23_1 + XA23_2 + XA23_3 + XA23_4 + XA23_5 + XA23_6 + XA23_7 + XA23_8 + XA23_9 + XA23_{10} = 1 \quad (4.37)$$

$$XA24_1 + XA24_2 + XA24_3 + XA24_4 + XA24_5 + XA24_6 + XA24_7 + XA24_8 + XA24_9 + XA24_{10} = 1 \quad (4.38)$$

$$XA25_1 + XA25_2 + XA25_3 + XA25_4 + XA25_5 + XA25_6 + XA25_7 + XA25_8 + XA25_9 + XA25_{10} = 1 \quad (4.39)$$

$$XA26_1 + XA26_2 + XA26_3 + XA26_4 + XA26_5 + XA26_6 + XA26_7 + XA26_8 + XA26_9 + XA26_{10} = 1 \quad (4.40)$$

$$XA27_1 + XA27_2 + XA27_3 + XA27_4 + XA27_5 + XA27_6 + XA27_7 + XA27_8 + XA27_9 + XA27_{10} = 1 \quad (4.41)$$

$$XA28_1 + XA28_2 + XA28_3 + XA28_4 + XA28_5 + XA28_6 + XA28_7 + XA28_8 + XA28_9 + XA28_{10} = 1 \quad (4.42)$$

$$XA29_1 + XA29_2 + XA29_3 + XA29_4 + XA29_5 + XA29_6 + XA29_7 + XA29_8 + XA29_9 + XA29_{10} = 1 \quad (4.43)$$

$$XA30_1 + XA30_2 + XA30_3 + XA30_4 + XA30_5 + XA30_6 + XA30_7 + XA30_8 + XA30_9 + XA30_{10} = 1 \quad (4.44)$$

$$XA31_1 + XA31_2 + XA31_3 + XA31_4 + XA31_5 + XA31_6 + XA31_7 + XA31_8 + XA31_9 + XA31_{10} = 1 \quad (4.45)$$

$$XA32_1 + XA32_2 + XA32_3 + XA32_4 + XA32_5 + XA32_6 + XA32_7 + XA32_8 + XA32_9 + XA32_{10} = 1 \quad (4.46)$$

$$XA33_1 + XA33_2 + XA33_3 + XA33_4 + XA33_5 + XA33_6 + XA33_7 + XA33_8 + XA33_9 + XA33_{10} = 1 \quad (4.47)$$

$$XA34_1 + XA34_2 + XA34_3 + XA34_4 + XA34_5 + XA34_6 + XA34_7 + XA34_8 + XA34_9 + XA34_{10} = 1 \quad (4.48)$$

$$XA35_1 + XA35_2 + XA35_3 + XA35_4 + XA35_5 + XA35_6 + XA35_7 + XA35_8 + XA35_9 + XA35_{10} = 1 \quad (4.49)$$

$$XA36_1 + XA36_2 + XA36_3 + XA36_4 + XA36_5 + XA36_6 + XA36_7 + XA36_8 + XA36_9 + XA36_{10} = 1 \quad (4.50)$$

$$XA37_1 + XA37_2 + XA37_3 + XA37_4 + XA37_5 + XA37_6 + XA37_7 + XA37_8 + XA37_9 + XA37_{10} = 1 \quad (4.51)$$

$$XA38_1 + XA38_2 + XA38_3 + XA38_4 + XA38_5 + XA38_6 + XA38_7 + XA38_8 + XA38_9 + XA38_{10} = 1 \quad (4.52)$$

$$XA39_1 + XA39_2 + XA39_3 + XA39_4 + XA39_5 + XA39_6 + XA39_7 + XA39_8 + XA39_9 + XA39_{10} = 1 \quad (4.53)$$

$$XA40_1 + XA40_2 + XA40_3 + XA40_4 + XA40_5 + XA40_6 + XA40_7 + XA40_8 + XA40_9 + XA40_{10} = 1 \quad (4.54)$$

$$XA41_1 + XA41_2 + XA41_3 + XA41_4 + XA41_5 + XA41_6 + XA41_7 + XA41_8 + XA41_9 + XA41_{10} = 1 \quad (4.55)$$

$$XA42_1 + XA42_2 + XA42_3 + XA42_4 + XA42_5 + XA42_6 + XA42_7 + XA42_8 + XA42_9 + XA42_{10} = 1 \quad (4.56)$$

$$XA43_1 + XA43_2 + XA43_3 + XA43_4 + XA43_5 + XA43_6 + XA43_7 + XA43_8 + XA43_9 + XA43_{10} = 1 \quad (4.57)$$

d) O conjunto de inequações a seguir são as restrições para alocação de uma dada tarefa sem que sua antecessora já tenha sido alocada. Este conjunto assegura o atendimento da regra de precedências definidas e que se tenha em mais de uma estação de trabalho (multiplicidade de alocação). São um total 62 equações para o problema e essa quantidade tem relação com a rede de precedência entre as tarefas. Sua forma genérica é:

$$\sum_{j=1}^{m} j \,.\, X_{ij} \leq \sum_{j=1}^{m} kXk_j \;;\; \forall \left(i\,,\,k\right) = \in P \quad (4.58)$$

Da Tabela 4.1, se extrai a combinação de tarefas predecessoras e sucessoras. O agrupamento de cada par (precedente e descendente) é demonstrado na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Combinação de tarefas predecessoras e sucessoras da rede de precedência.

Predecessora	Sucessora	Predecessora	Sucessora	Predecessora	Sucessora
A1	A2	A6	A15	A29	A30
A2	A3	A11	A15	A28	A31
A3	A4	A15	A16	A30	A31
A3	A5	A16	A17	A31	A32
A3	A7	A13	A15	A32	A33
A3	A9	A17	A18	A33	A34
A3	A14	A17	A19	A34	A35
A9	A11	A18	A31	A34	A36
A10	A22	A19	A31	A35	A37
A3	A12	A20	A27	A36	A37
A5	A6	A21	A22	A36	A38
A6	A22	A22	A23	A36	A39
A7	A8	A23	A24	A36	A40
A9	A10	A24	A26	A36	A41
A4	A21	A24	A27	A37	A42
A10	A15	A24	A28	A38	A42
A8	A15	A24	A29	A39	A42
A11	A22	A25	A26	A40	A42
A12	A13	A26	A31	A41	A42
A13	A20	A27	A31	A42	A43
A14	A15	A24	A25	-	-

Cada combinação de par de tarefas da tabela produzirá uma equação do tipo:

$$-\sum_{j=1}^{10} j \,.\, X_{ij} + \sum_{j=1}^{10} j \,.\, X_{kj} \geq 0 \tag{4.59}$$

Onde *i* é a tarefa predecessora e *k* é a tarefa sucessora.

Dessa forma, para a primeira combinação de precedência de tarefas, A1 deve anteceder A2. Logo, *i* = 1 e *k* = 2 e a equação de restrição fica como:

$$\begin{aligned} &-XA1_1 - 2 * XA1_2 - 3 * XA1_3 - 4 * XA1_4 - 5 * XA1_5 - 6 * XA1_6 - 7 * XA1_7 - 8 * \\ &XA1_8 - 9 * XA1_9 - 10 * XA1_{10} + XA2_1 + 2 * XA2_2 + 3 * XA2_3 + 4 * XA2_4 + \\ &5 * XA2_5 + 6 * XA2_6 + 7 * XA2_7 + 8 * XA2_8 + 9 * XA2_9 + 10 * XA2_{10} \geq 0 \end{aligned} \tag{4.60}$$

A próxima combinação de tarefas da Tabela 4.2 envolve as tarefas A2 e A3, sendo a segunda a tarefa sucessora. Logo *i* =2 e *k* = 3 e a equação de restrição fica da forma:

$$-XA2_1 - 2 * XA2_2 - 3 * XA2_3 - 4 * XA2_4 - 5 * XA2_5 - 6 * XA2_6 - 7 * XA2_7 - 8 * XA2_8 - 9 * XA2_9 - 10 * XA2_{10} + XA3_1 + 2 * XA3_2 + 3 * XA3_3 + 4 * XA3_4 + 5 * XA3_5 + 6 * XA3_6 + 7 * XA3_7 + 8 * XA3_8 + 9 * XA3_9 + 10 * XA3_{10} \geq 0 \quad (4.61)$$

Usando-se o mesmo raciocínio para as demais 60 combinações de tarefas predecessoras e sucessoras da Tabela 4.2, constroem-se as demais equações que completam esse conjunto de restrições.

$$-XA3_1 - 2 * XA3_2 - 3 * XA3_3 - 4 * XA3_4 - 5 * XA3_5 - 6 * XA3_6 - 7 * XA3_7 - 8 * XA3_8 - 9 * XA3_9 - 10 * XA3_{10} + XA4_1 + 2 * XA4_2 + 3 * XA4_3 + 4 * XA4_4 + 5 * XA4_5 + 6 * XA4_6 + 7 * XA4_7 + 8 * XA4_8 + 9 * XA4_9 + 10 * XA4_{10} \geq 0 \quad (4.62)$$

$$-XA3_1 - 2 * XA3_2 - 3 * XA3_3 - 4 * XA3_4 - 5 * XA3_5 - 6 * XA3_6 - 7 * XA3_7 - 8 * XA3_8 - 9 * XA3_9 - 10 * XA3_{10} + XA5_1 + 2 * XA5_2 + 3 * XA5_3 + 4 * XA5_4 + 5 * XA5_5 + 6 * XA5_6 + 7 * XA5_7 + 8 * XA5_8 + 9 * XA5_9 + 10 * XA5_{10} \geq 0 \quad (4.63)$$

$$-XA3_1 - 2 * XA3_2 - 3 * XA3_3 - 4 * XA3_4 - 5 * XA3_5 - 6 * XA3_6 - 7 * XA3_7 - 8 * XA3_8 - 9 * XA3_9 - 10 * XA3_{10} + XA7_1 + 2 * XA7_2 + 3 * XA7_3 + 4 * XA7_4 + 5 * XA7_5 + 6 * XA7_6 + 7 * XA7_7 + 8 * XA7_8 + 9 * XA7_9 + 10 * XA7_{10} \geq 0 \quad (4.64)$$

$$-XA3_1 - 2 * XA3_2 - 3 * XA3_3 - 4 * XA3_4 - 5 * XA3_5 - 6 * XA3_6 - 7 * XA3_7 - 8 * XA3_8 - 9 * XA3_9 - 10 * XA3_{10} + XA9_1 + 2 * XA9_2 + 3 * XA9_3 + 4 * XA9_4 + 5 * XA9_5 + 6 * XA9_6 + 7 * XA9_7 + 8 * XA9_8 + 9 * XA9_9 + 10 * XA9_{10} \geq 0 \quad (4.65)$$

$$-XA3_1 - 2 * XA3_2 - 3 * XA3_3 - 4 * XA3_4 - 5 * XA3_5 - 6 * XA3_6 - 7 * XA3_7 - 8 * XA3_8 - 9 * XA3_9 - 10 * XA3_{10} + XA14_1 + 2 * XA14_2 + 3 * XA14_3 + 4 * XA14_4 + 5 * XA14_5 + 6 * XA14_6 + 7 * XA14_7 + 8 * XA14_8 + 9 * XA14_9 + 10 * XA14_{10} \geq 0 \quad (4.66)$$

$$-XA3_1 - 2 * XA3_2 - 3 * XA3_3 - 4 * XA3_4 - 5 * XA3_5 - 6 * XA3_6 - 7 * XA3_7 - 8 * XA3_8 - 9 * XA3_9 - 10 * XA3_{10} + XA12_1 + 2 * XA12_2 + 3 * XA12_3 + 4 * XA12_4 + 5 * XA12_5 + 6 * XA12_6 + 7 * XA12_7 + 8 * XA12_8 + 9 * XA12_9 + 10 * XA12_{10} \geq 0 \quad (4.67)$$

$$-XA5_1 - 2 * XA5_2 - 3 * XA5_3 - 4 * XA5_4 - 5 * XA5_5 - 6 * XA5_6 - 7 * XA5_7 - 8 * XA5_8 - 9 * XA5_9 - 10 * XA5_{10} + XA6_1 + 2 * XA6_2 + 3 * XA6_3 + 4 * XA6_4 + 5 * XA6_5 + 6 * XA6_6 + 7 * XA6_7 + 8 * XA6_8 + 9 * XA6_9 + 10 * XA6_{10} \geq 0 \quad (4.68)$$

$$-XA7_1 - 2 * XA7_2 - 3 * XA7_3 - 4 * XA7_4 - 5 * XA7_5 - 6 * XA7_6 - 7 * XA7_7 - 8 * XA7_8 - 9 * XA7_9 - 10 * XA7_{10} + XA8_1 + 2 * XA8_2 + 3 * XA8_3 + 4 * XA8_4 + 5 * XA8_5 + 6 * XA8_6 + 7 * XA8_7 + 8 * XA8_8 + 9 * XA8_9 + 10 * XA8_{10} \geq 0 \quad (4.69)$$

$$-XA9_1 - 2 * XA9_2 - 3 * XA9_3 - 4 * XA9_4 - 5 * XA9_5 - 6 * XA9_6 - 7 * XA9_7 - 8 * XA9_8 - 9 * XA9_9 - 10 * XA9_{10} + XA10_1 + 2 * XA10_2 + 3 * XA10_3 + 4 * XA10_4 + 5 * XA10_5 + 6 * XA10_6 + 7 * XA10_7 + 8 * XA10_8 + 9 * XA10_9 + 10 * XA10_{10} \geq 0 \quad (4.70)$$

$$-XA9_1 - 2 * XA9_2 - 3 * XA9_3 - 4 * XA9_4 - 5 * XA9_5 - 6 * XA9_6 - 7 * XA9_7 - 8 * XA9_8 - 9 * XA9_9 - 10 * XA9_{10} + XA11_1 + 2 * XA11_2 + 3 * XA11_3 + 4 * XA11_4 + 5 * XA11_5 + 6 * XA11_6 + 7 * XA11_7 + 8 * XA11_8 + 9 * XA11_9 + 10 * XA11_{10} \geq 0 \quad (4.71)$$

$$-XA4_1 - 2 * XA4_2 - 3 * XA4_3 - 4 * XA4_4 - 5 * XA4_5 - 6 * XA4_6 - 7 * XA4_7 - 8 * XA4_8 - 9 * XA4_9 - 10 * XA4_{10} + XA21_1 + 2 * XA21_2 + 3 * XA21_3 + 4 * XA21_4 + 5 * XA21_5 + 6 * XA21_6 + 7 * XA21_7 + 8 * XA21_8 + 9 * XA21_9 + 10 * XA21_{10} \geq 0 \quad (4.72)$$

$$-XA10_1 - 2 * XA10_2 - 3 * XA10_3 - 4 * XA10_4 - 5 * XA10_5 - 6 * XA10_6 - 7 * XA10_7 - 8 * XA10_8 - 9 * XA10_9 - 10 * XA10_{10} + XA15_1 + 2 * XA15_2 + 3 * XA15_3 + 4 * XA15_4 + 5 * XA15_5 + 6 * XA15_6 + 7 * XA15_7 + 8 * XA15_8 + 9 * XA15_9 + 10 * XA15_{10} \geq 0 \quad (4.73)$$

$$-XA10_1 - 2 * XA10_2 - 3 * XA10_3 - 4 * XA10_4 - 5 * XA10_5 - 6 * XA10_6 - 7 * XA10_7 - 8 * XA10_8 - 9 * XA10_9 - 10 * XA10_{10} + XA22_1 + 2 * XA22_2 + 3 * XA22_3 + 4 * XA22_4 + 5 * XA22_5 + 6 * XA22_6 + 7 * XA22_7 + 8 * XA22_8 + 9 * XA22_9 + 10 * XA22_{10} \geq 0 \quad (4.74)$$

$$-XA8_1 - 2 * XA8_2 - 3 * XA8_3 - 4 * XA8_4 - 5 * XA8_5 - 6 * XA8_6 - 7 * XA8_7 - 8 * XA8_8 - 9 * XA8_9 - 10 * XA8_{10} + XA15_1 + 2 * XA15_2 + 3 * XA15_3 + 4 * XA15_4 + 5 * XA15_5 + 6 * XA15_6 + 7 * XA15_7 + 8 * XA15_8 + 9 * XA15_9 + 10 * XA15_{10} \geq 0 \quad (4.75)$$

$$-XA14_1 - 2 * XA14_2 - 3 * XA14_3 - 4 * XA14_4 - 5 * XA14_5 - 6 * XA14_6 - 7 * XA14_7 - 8 * XA14_8 - 9 * XA14_9 - 10 * XA14_{10} + XA15_1 + 2 * XA15_2 + 3 * XA15_3 + 4 * XA15_4 + 5 * XA15_5 + 6 * XA15_6 + 7 * XA15_7 + 8 * XA15_8 + 9 * XA15_9 + 10 * XA15_{10} \geq 0 \quad (4.76)$$

$$-XA12_1 - 2 * XA12_2 - 3 * XA12_3 - 4 * XA12_4 - 5 * XA12_5 - 6 * XA12_6 - 7 * XA12_7 - 8 * XA12_8 - 9 * XA12_9 - 10 * XA12_{10} + XA13_1 + 2 * XA13_2 + 3 * XA13_3 + 4 * XA13_4 + 5 * XA13_5 + 6 * XA13_6 + 7 * XA13_7 + 8 * XA13_8 + 9 * XA13_9 + 10 * XA13_{10} \geq 0 \quad (4.77)$$

$$-XA21_1 - 2 * XA21_2 - 3 * XA21_3 - 4 * XA21_4 - 5 * XA21_5 - 6 * XA21_6 - 7 * XA21_7 - 8 * XA21_8 - 9 * XA21_9 - 10 * XA21_{10} + XA22_1 + 2 * XA22_2 + 3 * XA22_3 + 4 * XA22_4 + 5 * XA22_5 + 6 * XA22_6 + 7 * XA22_7 + 8 * XA22_8 + 9 * XA22_9 + 10 * XA22_{10} \geq 0 \quad (4.78)$$

$$-XA6_1 - 2 * XA6_2 - 3 * XA6_3 - 4 * XA6_4 - 5 * XA6_5 - 6 * XA6_6 - 7 * XA6_7 - 8 * XA6_8 - 9 * XA6_9 - 10 * XA6_{10} + XA15_1 + 2 * XA15_2 + 3 * XA15_3 + 4 * XA15_4 + 5 * XA15_5 + 6 * XA15_6 + 7 * XA15_7 + 8 * XA15_8 + 9 * XA15_9 + 10 * XA15_{10} \geq 0 \quad (4.79)$$

$$-XA6_1 - 2 * XA6_2 - 3 * XA6_3 - 4 * XA6_4 - 5 * XA6_5 - 6 * XA6_6 - 7 * XA6_7 - 8 * XA6_8 - 9 * XA6_9 - 10 * XA6_{10} + XA22_1 + 2 * XA22_2 + 3 * XA22_3 + 4 * XA22_4 + 5 * XA22_5 + 6 * XA22_6 + 7 * XA22_7 + 8 * XA22_8 + 9 * XA22_9 + 10 * XA22_{10} \geq 0 \quad (4.80)$$

$$-XA11_1 - 2 * XA11_2 - 3 * XA11_3 - 4 * XA11_4 - 5 * XA11_5 - 6 * XA11_6 - 7 * XA11_7 - 8 * XA11_8 - 9 * XA11_9 - 10 * XA11_{10} + XA15_1 + 2 * XA15_2 + 3 * XA15_3 + 4 * XA15_4 + 5 * XA15_5 + 6 * XA15_6 + 7 * XA15_7 + 8 * XA15_8 + 9 * XA15_9 + 10 * XA15_{10} \geq 0 \quad (4.81)$$

$$-XA11_1 - 2 * XA11_2 - 3 * XA11_3 - 4 * XA11_4 - 5 * XA11_5 - 6 * XA11_6 - 7 * XA11_7 - 8 * XA11_8 - 9 * XA11_9 - 10 * XA11_{10} + XA22_1 + 2 * XA22_2 + 3 * XA22_3 + 4 * XA22_4 + 5 * XA22_5 + 6 * XA22_6 + 7 * XA22_7 + 8 * XA22_8 + 9 * XA22_9 + 10 * XA22_{10} \geq 0 \quad (4.82)$$

$$-XA15_1 - 2 * XA15_2 - 3 * XA15_3 - 4 * XA15_4 - 5 * XA15_5 - 6 * XA15_6 - 7 * XA15_7 - 8 * XA15_8 - 9 * XA15_9 - 10 * XA15_{10} + XA16_1 + 2 * XA16_2 + 3 * XA16_3 + 4 * XA16_4 + 5 * XA16_5 + 6 * XA16_6 + 7 * XA16_7 + 8 * XA16_8 + 9 * XA16_9 + 10 * XA16_{10} \geq 0 \quad (4.83)$$

$$-XA16_1 - 2 * XA16_2 - 3 * XA16_3 - 4 * XA16_4 - 5 * XA16_5 - 6 * XA16_6 - 7 * XA16_7 - 8 * XA16_8 - 9 * XA16_9 - 10 * XA16_{10} + XA17_1 + 2 * XA17_2 + 3 * XA17_3 + 4 * XA17_4 + 5 * XA17_5 + 6 * XA17_6 + 7 * XA17_7 + 8 * XA17_8 + 9 * XA17_9 + 10 * XA17_{10} \geq 0 \quad (4.84)$$

$$-XA13_1 - 2 * XA13_2 - 3 * XA13_3 - 4 * XA13_4 - 5 * XA13_5 - 6 * XA13_6 - 7 * XA13_7 - 8 * XA13_8 - 9 * XA13_9 - 10 * XA13_{10} + XA15_1 + 2 * XA15_2 + 3 * XA15_3 + 4 * XA15_4 + 5 * XA15_5 + 6 * XA15_6 + 7 * XA15_7 + 8 * XA15_8 + 9 * XA15_9 + 10 * XA15_{10} \geq 0 \quad (4.85)$$

$$-XA13_1 - 2 * XA13_2 - 3 * XA13_3 - 4 * XA13_4 - 5 * XA13_5 - 6 * XA13_6 - 7 * XA13_7 - 8 * XA13_8 - 9 * XA13_9 - 10 * XA13_{10} + XA20_1 + 2 * XA20_2 + 3 * XA20_3 + 4 * XA20_4 + 5 * XA20_5 + 6 * XA20_6 + 7 * XA20_7 + 8 * XA20_8 + 9 * XA20_9 + 10 * XA20_{10} \geq 0 \quad (4.86)$$

$$-XA17_1 - 2 * XA17_2 - 3 * XA17_3 - 4 * XA17_4 - 5 * XA17_5 - 6 * XA17_6 - 7 * XA17_7 - 8 * XA17_8 - 9 * XA17_9 - 10 * XA17_{10} + XA18_1 + 2 * XA18_2 + 3 * XA18_3 + 4 * XA18_4 + 5 * XA18_5 + 6 * XA18_6 + 7 * XA18_7 + 8 * XA18_8 + 9 * XA18_9 + 10 * XA18_{10} \geq 0 \quad (4.87)$$

$$-XA17_1 - 2 * XA17_2 - 3 * XA17_3 - 4 * XA17_4 - 5 * XA17_5 - 6 * XA17_6 - 7 * XA17_7 - 8 * XA17_8 - 9 * XA17_9 - 10 * XA17_{10} + XA19_1 + 2 * XA19_2 + 3 * XA19_3 + 4 * XA19_4 + 5 * XA19_5 + 6 * XA19_6 + 7 * XA19_7 + 8 * XA19_8 + 9 * XA19_9 + 10 * XA19_{10} \geq 0 \quad (4.88)$$

$$-XA19_1 - 2 * XA19_2 - 3 * XA19_3 - 4 * XA19_4 - 5 * XA19_5 - 6 * XA19_6 - 7 * XA19_7 - 8 * XA19_8 - 9 * XA19_9 - 10 * XA19_{10} + XA31_1 + 2 * XA31_2 + 3 * XA31_3 + 4 * XA31_4 + 5 * XA31_5 + 6 * XA31_6 + 7 * XA31_7 + 8 * XA31_8 + 9 * XA31_9 + 10 * XA31_{10} \geq 0 \quad (4.89)$$

$$-XA20_1 - 2 * XA20_2 - 3 * XA20_3 - 4 * XA20_4 - 5 * XA20_5 - 6 * XA20_6 - 7 * XA20_7 - 8 * XA20_8 - 9 * XA20_9 - 10 * XA20_{10} + XA27_1 + 2 * XA27_2 + 3 * XA27_3 + 4 * XA27_4 + 5 * XA27_5 + 6 * XA27_6 + 7 * XA27_7 + 8 * XA27_8 + 9 * XA27_9 + 10 * XA27_{10} \geq 0 \quad (4.90)$$

$$-XA22_1 - 2 * XA22_2 - 3 * XA22_3 - 4 * XA22_4 - 5 * XA22_5 - 6 * XA22_6 - 7 * XA22_7 - 8 * XA22_8 - 9 * XA22_9 - 10 * XA22_{10} + XA23_1 + 2 * XA23_2 + 3 * XA23_3 + 4 * XA23_4 + 5 * XA23_5 + 6 * XA23_6 + 7 * XA23_7 + 8 * XA23_8 + 9 * XA23_9 + 10 * XA23_{10} \geq 0 \quad (4.91)$$

$$-XA23_1 - 2 * XA23_2 - 3 * XA23_3 - 4 * XA23_4 - 5 * XA23_5 - 6 * XA23_6 - 7 * XA23_7 - 8 * XA23_8 - 9 * XA23_9 - 10 * XA23_{10} + XA24_1 + 2 * XA24_2 + 3 * XA24_3 + 4 * XA24_4 + 5 * XA24_5 + 6 * XA24_6 + 7 * XA24_7 + 8 * XA24_8 + 9 * XA24_9 + 10 * XA24_{10} \geq 0 \quad (4.92)$$

$$-XA25_1 - 2 * XA25_2 - 3 * XA25_3 - 4 * XA25_4 - 5 * XA25_5 - 6 * XA25_6 - 7 * XA25_7 - 8 * XA25_8 - 9 * XA25_9 - 10 * XA25_{10} + XA26_1 + 2 * XA26_2 + 3 * XA26_3 + 4 * XA26_4 + 5 * XA26_5 + 6 * XA26_6 + 7 * XA26_7 + 8 * XA26_8 + 9 * XA26_9 + 10 * XA26_{10} \geq 0 \quad (4.93)$$

$$-XA26_1 - 2 * XA26_2 - 3 * XA26_3 - 4 * XA26_4 - 5 * XA26_5 - 6 * XA26_6 - 7 * XA26_7 - 8 * XA26_8 - 9 * XA26_9 - 10 * XA26_{10} + XA31_1 + 2 * XA31_2 + 3 * XA31_3 + 4 * XA31_4 + 5 * XA31_5 + 6 * XA31_6 + 7 * XA31_7 + 8 * XA31_8 + 9 * XA31_9 + 10 * XA31_{10} \geq 0 \quad (4.94)$$

$$-XA27_1 - 2 * XA27_2 - 3 * XA27_3 - 4 * XA27_4 - 5 * XA27_5 - 6 * XA27_6 - 7 * XA27_7 - 8 * XA27_8 - 9 * XA27_9 - 10 * XA27_{10} + XA31_1 + 2 * XA31_2 + 3 * XA31_3 + 4 * XA31_4 + 5 * XA31_5 + 6 * XA31_6 + 7 * XA31_7 + 8 * XA31_8 + 9 * XA31_9 + 10 * XA31_{10} \geq 0 \quad (4.95)$$

$$-XA24_1 - 2 * XA24_2 - 3 * XA24_3 - 4 * XA24_4 - 5 * XA24_5 - 6 * XA24_6 - 7 * XA24_7 - 8 * XA24_8 - 9 * XA24_9 - 10 * XA24_{10} + XA25_1 + 2 * XA25_2 + 3 * XA25_3 + 4 * XA25_4 + 5 * XA25_5 + 6 * XA25_6 + 7 * XA25_7 + 8 * XA25_8 + 9 * XA25_9 + 10 * XA25_{10} \geq 0 \quad (4.96)$$

$$-XA24_1 - 2 * XA24_2 - 3 * XA24_3 - 4 * XA24_4 - 5 * XA24_5 - 6 * XA24_6 - 7 * XA24_7 - 8 * XA24_8 - 9 * XA24_9 - 10 * XA24_{10} + XA26_1 + 2 * XA26_2 + 3 * XA26_3 + 4 * XA26_4 + 5 * XA26_5 + 6 * XA26_6 + 7 * XA26_7 + 8 * XA26_8 + 9 * XA26_9 + 10 * XA26_{10} \geq 0 \quad (4.97)$$

$$-XA24_1 - 2 * XA24_2 - 3 * XA24_3 - 4 * XA24_4 - 5 * XA24_5 - 6 * XA24_6 - 7 * XA24_7 - 8 * XA24_8 - 9 * XA24_9 - 10 * XA24_{10} + XA27_1 + 2 * XA27_2 + 3 * XA27_3 + 4 * XA27_4 + 5 * XA27_5 + 6 * XA27_6 + 7 * XA27_7 + 8 * XA27_8 + 9 * XA27_9 + 10 * XA27_{10} \geq 0 \quad (4.98)$$

$$-XA24_1 - 2 * XA24_2 - 3 * XA24_3 - 4 * XA24_4 - 5 * XA24_5 - 6 * XA24_6 - 7 * XA24_7 - 8 * XA24_8 - 9 * XA24_9 - 10 * XA24_{10} + XA28_1 + 2 * XA28_2 + 3 * XA28_3 + 4 * XA28_4 + 5 * XA28_5 + 6 * XA28_6 + 7 * XA28_7 + 8 * XA28_8 + 9 * XA28_9 + 10 * XA28_{10} \geq 0 \quad (4.99)$$

$$-XA24_1 - 2 * XA24_2 - 3 * XA24_3 - 4 * XA24_4 - 5 * XA24_5 - 6 * XA24_6 - 7 * XA24_7 - 8 * XA24_8 - 9 * XA24_9 - 10 * XA24_{10} + XA29_1 + 2 * XA29_2 + 3 * XA29_3 + 4 * XA29_4 + 5 * XA29_5 + 6 * XA29_6 + 7 * XA29_7 + 8 * XA29_8 + 9 * XA29_9 + 10 * XA29_{10} \geq 0 \quad (4.100)$$

$$-XA29_1 - 2 * XA29_2 - 3 * XA29_3 - 4 * XA29_4 - 5 * XA29_5 - 6 * XA29_6 - 7 * XA29_7 - 8 * XA29_8 - 9 * XA29_9 - 10 * XA29_{10} + XA30_1 + 2 * XA30_2 + 3 * XA30_3 + 4 * XA30_4 + 5 * XA30_5 + 6 * XA30_6 + 7 * XA30_7 + 8 * XA30_8 + 9 * XA30_9 + 10 * XA30_{10} \geq 0 \quad (4.101)$$

$$-XA28_1 - 2 * XA28_2 - 3 * XA28_3 - 4 * XA28_4 - 5 * XA28_5 - 6 * XA28_6 - 7 * XA28_7 - 8 * XA28_8 - 9 * XA28_9 - 10 * XA28_{10} + XA31_1 + 2 * XA31_2 + 3 * XA31_3 + 4 * XA31_4 + 5 * XA31_5 + 6 * XA31_6 + 7 * XA31_7 + 8 * XA31_8 + 9 * XA31_9 + 10 * XA31_{10} \geq 0 \quad (4.102)$$

$$-XA30_1 - 2 * XA30_2 - 3 * XA30_3 - 4 * XA30_4 - 5 * XA30_5 - 6 * XA30_6 - 7 * XA30_7 - 8 * XA30_8 - 9 * XA30_9 - 10 * XA30_{10} + XA31_1 + 2 * XA31_2 + 3 * XA31_3 + 4 * XA31_4 + 5 * XA31_5 + 6 * XA31_6 + 7 * XA31_7 + 8 * XA31_8 + 9 * XA31_9 + 10 * XA31_{10} \geq 0 \quad (4.103)$$

$$-XA31_1 - 2 * XA31_2 - 3 * XA31_3 - 4 * XA31_4 - 5 * XA31_5 - 6 * XA31_6 - 7 * XA31_7 - 8 * XA31_8 - 9 * XA31_9 - 10 * XA31_{10} + XA32_1 + 2 * XA32_2 + 3 * XA32_3 + 4 * XA32_4 + 5 * XA32_5 + 6 * XA32_6 + 7 * XA32_7 + 8 * XA32_8 + 9 * XA32_9 + 10 * XA32_{10} \geq 0 \quad (4.104)$$

$$-XA32_1 - 2 * XA32_2 - 3 * XA32_3 - 4 * XA32_4 - 5 * XA32_5 - 6 * XA32_6 - 7 * XA32_7 - 8 * XA32_8 - 9 * XA32_9 - 10 * XA32_{10} + XA33_1 + 2 * XA33_2 + 3 * XA33_3 + 4 * XA33_4 + 5 * XA33_5 + 6 * XA33_6 + 7 * XA33_7 + 8 * XA33_8 + 9 * XA33_9 + 10 * XA33_{10} \geq 0 \quad (4.105)$$

$$-XA33_1 - 2 * XA33_2 - 3 * XA33_3 - 4 * XA33_4 - 5 * XA33_5 - 6 * XA33_6 - 7 * XA33_7 - 8 * XA33_8 - 9 * XA33_9 - 10 * XA33_{10} + XA34_1 + 2 * XA34_2 + 3 * XA34_3 + 4 * XA34_4 + 5 * XA34_5 + 6 * XA34_6 + 7 * XA34_7 + 8 * XA34_8 + 9 * XA34_9 + 10 * XA34_{10} \geq 0 \quad (4.106)$$

$$-XA34_1 - 2 * XA34_2 - 3 * XA34_3 - 4 * XA34_4 - 5 * XA34_5 - 6 * XA34_6 - 7 * XA34_7 - 8 * XA34_8 - 9 * XA34_9 - 10 * XA34_{10} + XA35_1 + 2 * XA35_2 + 3 * XA35_3 + 4 * XA35_4 + 5 * XA35_5 + 6 * XA35_6 + 7 * XA35_7 + 8 * XA35_8 + 9 * XA35_9 + 10 * XA35_{10} \geq 0 \quad (4.107)$$

$$-XA34_1 - 2 * XA34_2 - 3 * XA34_3 - 4 * XA34_4 - 5 * XA34_5 - 6 * XA34_6 - 7 * XA34_7 - 8 * XA34_8 - 9 * XA34_9 - 10 * XA34_{10} + XA36_1 + 2 * XA36_2 + 3 * XA36_3 + 4 * XA36_4 + 5 * XA36_5 + 6 * XA36_6 + 7 * XA36_7 + 8 * XA36_8 + 9 * XA36_9 + 10 * XA36_{10} \geq 0 \quad (4.108)$$

$$-XA35_1 - 2 * XA35_2 - 3 * XA35_3 - 4 * XA35_4 - 5 * XA35_5 - 6 * XA35_6 - 7 * XA35_7 - 8 * XA35_8 - 9 * XA35_9 - 10 * XA35_{10} + XA37_1 + 2 * XA37_2 + 3 * XA37_3 + 4 * XA37_4 + 5 * XA37_5 + 6 * XA37_6 + 7 * XA37_7 + 8 * XA37_8 + 9 * XA37_9 + 10 * XA37_{10} \geq 0 \quad (4.109)$$

$$-XA36_1 - 2 * XA36_2 - 3 * XA36_3 - 4 * XA36_4 - 5 * XA36_5 - 6 * XA36_6 - 7 * XA36_7 - 8 * XA36_8 - 9 * XA36_9 - 10 * XA36_{10} + XA37_1 + 2 * XA37_2 + 3 * XA37_3 + 4 * XA37_4 + 5 * XA37_5 + 6 * XA37_6 + 7 * XA37_7 + 8 * XA37_8 + 9 * XA37_9 + 10 * XA37_{10} \geq 0 \quad (4.110)$$

$$-XA36_1 - 2 * XA36_2 - 3 * XA36_3 - 4 * XA36_4 - 5 * XA36_5 - 6 * XA36_6 - 7 * XA36_7 - 8 * XA36_8 - 9 * XA36_9 - 10 * XA36_{10} + XA38_1 + 2 * XA38_2 + 3 * XA38_3 + 4 * XA38_4 + 5 * XA38_5 + 6 * XA38_6 + 7 * XA38_7 + 8 * XA38_8 + 9 * XA38_9 + 10 * XA38_{10} \geq 0 \quad (4.111)$$

$$-XA36_1 - 2 * XA36_2 - 3 * XA36_3 - 4 * XA36_4 - 5 * XA36_5 - 6 * XA36_6 - 7 * XA36_7 - 8 * XA36_8 - 9 * XA36_9 - 10 * XA36_{10} + XA39_1 + 2 * XA39_2 + 3 * XA39_3 + 4 * XA39_4 + 5 * XA39_5 + 6 * XA39_6 + 7 * XA39_7 + 8 * XA39_8 + 9 * XA39_9 + 10 * XA39_{10} \geq 0 \quad (4.112)$$

$$-XA36_1 - 2 * XA36_2 - 3 * XA36_3 - 4 * XA36_4 - 5 * XA36_5 - 6 * XA36_6 - 7 * XA36_7 - 8 * XA36_8 - 9 * XA36_9 - 10 * XA36_{10} + XA40_1 + 2 * XA40_2 + 3 * XA40_3 + 4 * XA40_4 + 5 * XA40_5 + 6 * XA40_6 + 7 * XA40_7 + 8 * XA40_8 + 9 * XA40_9 + 10 * XA40_{10} \geq 0 \quad (4.113)$$

$$-XA36_1 - 2 * XA36_2 - 3 * XA36_3 - 4 * XA36_4 - 5 * XA36_5 - 6 * XA36_6 - 7 * XA36_7 - 8 * XA36_8 - 9 * XA36_9 - 10 * XA36_{10} + XA41_1 + 2 * XA41_2 + 3 * XA41_3 + 4 * XA41_4 + 5 * XA41_5 + 6 * XA41_6 + 7 * XA41_7 + 8 * XA41_8 + 9 * XA41_9 + 10 * XA41_{10} \geq 0 \quad (4.114)$$

$$-XA37_1 - 2 * XA37_2 - 3 * XA37_3 - 4 * XA37_4 - 5 * XA37_5 - 6 * XA37_6 - 7 * XA37_7 - 8 * XA37_8 - 9 * XA37_9 - 10 * XA37_{10} + XA42_1 + 2 * XA42_2 + 3 * XA42_3 + 4 * XA42_4 + 5 * XA42_5 + 6 * XA42_6 + 7 * XA42_7 + 8 * XA42_8 + 9 * XA42_9 + 10 * XA42_{10} \geq 0 \quad (4.115)$$

$$-XA38_1 - 2 * XA38_2 - 3 * XA38_3 - 4 * XA38_4 - 5 * XA38_5 - 6 * XA38_6 - 7 * XA38_7 - 8 * XA38_8 - 9 * XA38_9 - 10 * XA38_{10} + XA42_1 + 2 * XA42_2 + 3 * XA42_3 + 4 * XA42_4 + 5 * XA42_5 + 6 * XA42_6 + 7 * XA42_7 + 8 * XA42_8 + 9 * XA42_9 + 10 * XA42_{10} \geq 0 \quad (4.116)$$

$$-XA39_1 - 2 * XA39_2 - 3 * XA39_3 - 4 * XA39_4 - 5 * XA39_5 - 6 * XA39_6 - 7 * XA39_7 - 8 * XA39_8 - 9 * XA39_9 - 10 * XA39_{10} + XA42_1 + 2 * XA42_2 + 3 * XA42_3 + 4 * XA42_4 + 5 * XA42_5 + 6 * XA42_6 + 7 * XA42_7 + 8 * XA42_8 + 9 * XA42_9 + 10 * XA42_{10} \geq 0 \quad (4.117)$$

$$-XA40_1 - 2 * XA40_2 - 3 * XA40_3 - 4 * XA40_4 - 5 * XA40_5 - 6 * XA40_6 - 7 * XA40_7 - 8 * XA40_8 - 9 * XA40_9 - 10 * XA40_{10} + XA42_1 + 2 * XA42_2 + 3 * XA42_3 + 4 * XA42_4 + 5 * XA42_5 + 6 * XA42_6 + 7 * XA42_7 + 8 * XA42_8 + 9 * XA42_9 + 10 * XA42_{10} \geq 0 \quad (4.118)$$

$$-XA41_1 - 2 * XA41_2 - 3 * XA41_3 - 4 * XA41_4 - 5 * XA41_5 - 6 * XA41_6 - 7 * XA41_7 - 8 * XA41_8 - 9 * XA41_9 - 10 * XA41_{10} + XA42_1 + 2 * XA42_2 + 3 * XA42_3 + 4 * XA42_4 + 5 * XA42_5 + 6 * XA42_6 + 7 * XA42_7 + 8 * XA42_8 + 9 * XA42_9 + 10 * XA42_{10} \geq 0 \quad (4.119)$$

$$-XA42_1 - 2 * XA42_2 - 3 * XA42_3 - 4 * XA42_4 - 5 * XA42_5 - 6 * XA42_6 - 7 * XA42_7 - 8 * XA42_8 - 9 * XA42_9 - 10 * XA42_{10} + XA43_1 + 2 * XA43_2 + 3 * XA43_3 + 4 * XA43_4 + 5 * XA43_5 + 6 * XA43_6 + 7 * XA43_7 + 8 * XA43_8 + 9 * XA43_9 + 10 * XA43_{10} \geq 0 \quad (4.120)$$

CAPÍTULO 5

ESTUDO DE CASO E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados da pesquisa realizada em cada um dos cenários observados. A começar pela caraterização da condição inicial do problema, a fim de estabelecer uma referência a que se possa comparar os demais cenários. Em seguida, será apresentado o resultado do projeto de melhoria através da Heurística de tentativa e erro, comentando-se o resultado obtido nesta etapa. Posteriormente, será apresentado o resultado obtido através da modelagem matemática e programação linear inteira MILP, aplicada à resolução do problema de balanceamento de linha simples, igualmente com comentários sobre o resultado e seu processo. Finalizando, será apresentado o resultado em simulação por eventos discretos, para obtermos uma visão simulada da solução obtida por MILP e análise da sensibilidade da solução considerando variações, dentro dos limites de desvios padrão nos tempos de execução observados no cenário II, para avaliarmos a robustez da solução.

5.1 – CARACTERIZAÇÕES DO CAMPO DE PESQUISA

Este trabalho foi desenvolvido em uma empresa do Polo Industrial de Manaus, que atua no setor de eletrônicos de consumo desde seu estabelecimento no parque, que se deu na década de 70. Com seus mais de 40 anos de existência, a empresa desenvolveu métodos próprios de melhorias de eficiência e tem sido reconhecida no mercado pela alta qualidade dos produtos que fabrica. A pesquisa explora o seguimento de TVs de tela de cristal líquido (LCD) e foi conduzido em uma das linhas de montagem final utilizada pela empresa. Foi observada, de forma específica, para os objetivos deste trabalho, uma determinada linha de produção de modelo de TV LCD de 49 pol. A limitação em uma linha, e em um único modelo, visa filtrar variáveis outras que aquelas necessárias à avaliação da qualidade de seu balanceamento e do processo pela qual foi obtido.

Os dados coletados para essa pesquisa foram analisados estatisticamente e manipulados por formulações matemáticas com o objetivo de medir, de maneira formal e mais exata, o desempenho da linha de produção, no modelo de TV usado como de referência, para se concluir sobre sua à eficiência no uso de mão de obra direta alocada. Optou-se pelo estudo da etapa de montagem final, por ser a que mais utiliza mão de obra

em suas operações. Porém, o método pode ser aplicado às demais linhas de montagem, assim como, à outras fases do processo de manufatura, em projetos futuros.

5.2 – AVALIAÇÕES DOS RESULTADOS INDIVIDUAIS DE CADA CENÁRIO

O principal objetivo dessa pesquisa, no que se refere à metodologia, é buscar a redução no tempo de ciclo da linha de montagem, mantendo-se fixo o número de estações. Na prática, essa redução de tempo de ciclo irá possibilitar um aumento na capacidade da linha de produção, que pode ser medida na taxa de produção horária. Além desses, na literatura, existem algumas definições matemáticas para a avaliação da qualidade do balanceamento de linha de montagem. Três desses indicadores de qualidade foram apresentados por BECKER e SCHOLL (2006).

Eficiência da Linha LE (*Line efficiency*) demonstra a percentagem de utilização da linha. É expressa como a razão do tempo total da linha pelo tempo de ciclo utilizado pela quantidade de estações de trabalho.

$$LE = \frac{\sum_{i=1}^{K} STi}{c.K} .100\% \tag{5.1}$$

Sendo:

K – Número total de estações de trabalho;

c – Tempo de ciclo.

Índice de suavidade SI (Smoothness index) descreve a suavidade relativa de uma dada linha de montagem. Um balanceamento perfeito é indicado pelo índice de suavidade 0. Este índice é calculado pela fórmula abaixo:

$$SI = \sqrt[2]{\sum_{i=1}^{K} \left(ST_{max} - ST_i \right)^2} \tag{5.2}$$

Sendo:

ST_{max} – Tempo máximo entre as estações de trabalho (na maiorias dos caso é igual ao tempo de ciclo);

ST_i – Tempo da estação *i*.

Tempo da linha LT (Time of the line) indica o período de tempo que é necessário para que um produto seja completado em uma linha de montagem:

$$LT = c\ .(K\ -\ 1) - T_k \tag{5.3}$$

Sendo:

c – Tempo de ciclo;

K – Número total de estações de trabalho.

Além das medidas acima listadas, o resultado de cada cenário apresentará a tabela com alocação de tarefas por estação de trabalho e o gráfico demonstrativo do tempo da estação e do tempo ocioso. Também, os dados referentes aos tempos cronometrados e media estatísticas com tempo médio, desvio padrão, tempo máximo, tempo mínimo, tempo máximo geral da linha, tempo de ciclo e tempo ocioso. Abaixo, um exemplo da tabela de registro dos dados cronometrados.

Tabela 5.1 – Exemplo de tabela com os dados de cronometragem.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
AMOSTRA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
⋮										
30										
Média										
Desvio Padrão										
Tempo máximo geral										
Tc										
Tempo Ocioso										

5.3 - CENÁRIO I - CONDIÇÃO INICIAL DA LINHA DE MONTAGEM

A linha de montagem é composta de 10 estações, contendo um operador em cada. Os dados se referem à operação em regime, tendo a linha já cumprido o período de aprendizagem ou curva de crescimento. Assim, a linha já opera em seu estado estacionário. Como na etapa de montagem não são realizados testes qualitativos, exceto que um determinado operador percebe alguma falha mecânica na peça sendo montada, não foram contabilizados rejeitos. Também se expurgou qualquer dado fruto de

perturbações pontuais na linha de montagem, para não induzir à erros na análise e conclusão do trabalho.

5.3.1 - Alocação das tarefas nas estações de trabalho

A distribuição das 43 tarefas pelas 10 estações de trabalho observadas é mostrada na Tabela 5.2 abaixo.

Tabela 5.2 – Atribuição das tarefas nas estações de trabalho – Cenário I.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TAREFAS	A1	A3	A10	A4	A15	A22	A29	A32	A39	A41
	A2	A5	A8	A14	A16	A23	A28	A33	A40	A42
		A7	A6	A21	A17	A25	A30	A35		A43
		A9		A11	A18	A26	A31	A36		
		A12			A19	A27	A34	A37		
		A13			A20	A24		A38		

5.3.2 - Dados de tempos cronometrados em cada estação de trabalho

Para cada estação de trabalho, foram coletadas 10 amostras, de tamanho n = 30, de tempo. Cada amostra indica o tempo, em segundos, que o operador levou para executar um ciclo de tarefas em uma unidade do produto, em sua estação de trabalho. A coleta desses dados de tempo de operação de cada estação, por amostragem, tem o objetivo de aferir o tempo em que um dado operador de uma estação de trabalho está ocupado (agregando valor ao produto) e o tempo de espera (ou tempo ocioso). Como o tempo de execução das tarefas não é determinístico, sofrendo variações entre cada uma de suas repetições, o tamanho de amostra igual a 30 visa permitir a observação dessa variação, assim como o de se estimar com mais precisão o tempo médio da estação, pela observação de uma quantidade significativa de eventos. O técnico da engenharia industrial, responsável pela cronometragem, descartou tempos referentes à ciclos anormais frutos de perturbações, desde que eventuais. Os dados dessa coleta são ilustrados na tabela abaixo.

Tabela 5.3 – Tempos cronometrados no cenário I.

	TEMPO DAS ESTAÇÕES DE TRABALHO (s)									
AMOSTRAS	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	24,8	28,9	20,9	16,5	21,5	19,0	19,3	21,5	20,3	21,3
2	23,6	31,8	18,8	18,4	22,6	20,1	20,2	21,3	20,8	22,1
3	22,9	29,9	19,8	19,5	23,0	23,4	19,4	19,8	20,9	21,7
4	24,6	29,7	20,1	19,6	21,3	22,3	21,4	21,2	22,3	21,6
5	26,5	27,0	19,6	19,6	22,1	20,2	19,8	20,4	19,3	22,9
6	25,2	31,4	21,1	19,1	21,0	20,6	20,6	19,0	23,8	21,8
7	24,9	29,4	21,5	18,5	21,5	21,5	19,9	20,1	20,1	22,8
8	25,0	27,1	18,7	18,3	21,3	23,4	22,4	19,6	24,1	22,9
9	25,7	31,1	20,6	18,4	22,2	19,9	20,4	20,6	24,0	22,3
10	24,0	28,1	17,8	18,2	21,6	24,1	22,2	22,1	19,1	24,7
11	23,1	27,4	19,8	17,3	22,1	20,6	20,3	19,6	23,0	22,9
12	24,5	28,0	20,1	18,2	22,5	21,4	19,6	20,4	22,7	23,4
13	22,9	27,2	18,6	17,9	21,6	18,9	18,5	19,2	22,1	22,2
14	23,0	27,8	19,4	16,5	21,0	22,1	19,0	21,5	23,8	21,8
15	24,1	28,6	18,8	17,1	21,7	22,7	20,2	21,0	21,9	21,5
16	24,7	28,3	20,5	16,7	21,5	21,8	19,4	21,9	21,1	22,9
17	24,5	29,0	21,0	16,3	22,2	22,0	18,7	22,4	22,7	24,1
18	24,9	28,5	20,2	17,5	21,8	21,4	19,7	22,0	23,2	23,6
19	24,4	28,2	20,3	17,8	21,4	21,0	20,2	20,8	23,8	23,0
20	23,8	28,7	20,8	18,1	21,5	18,7	19,2	22,3	22,7	23,9
21	25,3	28,9	19,1	18,5	21,0	22,4	20,1	21,8	21,9	21,5
22	24,5	29,1	18,8	19,1	21,3	21,1	19,3	21,7	21,2	24,3
23	24,8	29,6	19,9	17,8	21,7	19,3	19,2	21,4	21,0	24,7
24	24,9	28,3	20,2	18,1	22,6	20,6	21,2	21,3	22,6	22,3
25	23,7	28,1	20,5	17,3	22,8	21,5	21,0	19,4	22,0	23,1
26	23,1	30,4	21,0	17,8	22,5	21,7	20,9	19,4	19,9	22,0
27	24,2	30,0	20,7	17,0	22,4	21,4	21,5	21,7	20,2	21,8
28	24,6	29,6	19,6	16,4	21,5	21,0	18,8	21,2	20,7	22,9
29	23,9	29,1	19,9	17,6	21,6	22,3	20,3	20,6	22,1	22,9
30	24,1	28,4	19,5	17,7	21,2	21,8	20,0	20,2	20,5	23,8
Média	24,3	28,9	19,9	17,9	21,8	21,3	20,1	20,8	21,8	22,8
Desvio Padrão	0,85	1,22	0,89	0,94	0,57	1,34	0,99	1,00	1,44	0,98
Tempo máximo geral	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9
Tc	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9
Tempo Ocioso	4,6	0,0	9,0	11,0	7,1	7,6	8,8	8,1	7,1	6,1

5.3.3 - Tempo alocado a cada estação e tempo ocioso

O gráfico com a ocupação de cada estação, tempo da estação e tempo ocioso é representado pelo gráfico de balanceamento do operador (GBO) na Figura 5.1. Aqui, são

representados os tempos médios e tempo ocioso de cada uma das 10 estações de trabalho, conforme dados da Tabela 5.3. O objetivo do gráfico é de facilitar a percepção da distribuição de carga de trabalho entre as estações e identificar o estágio gargalo, o de maior carga de trabalho (estação 2, neste caso).

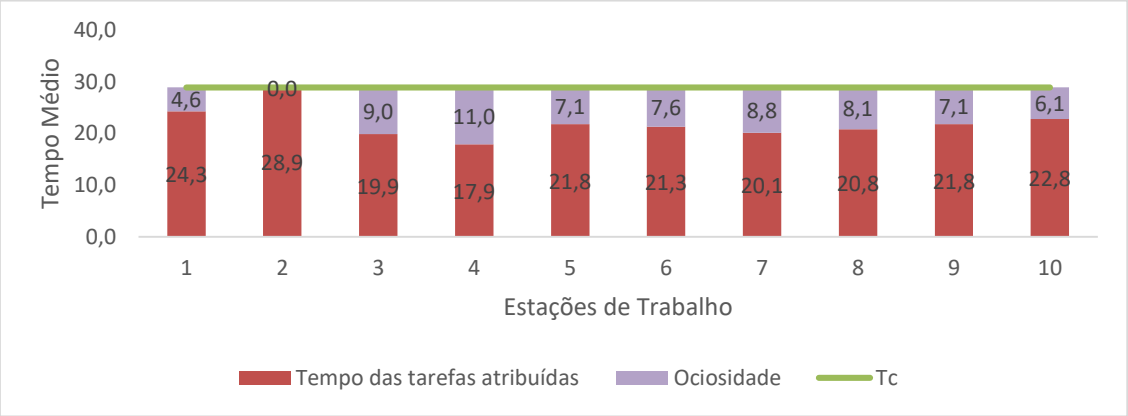


Figura 5.1 – Gráfico do Balanceamento do Operador – Cenário I.

5.3.4 - Análise da validade estatística da amostragem

Cada amostra n = 30, referente a cada estação de trabalho, foi analisada quanto ao seu encaixe em uma distribuição normal. Assim, foi realizado teste de normalidade para validar se os dados podem ser tratados como sendo deste tipo de distribuição.

Usou-se o teste de normalidade Anderson-Darling, plotando-se os dados (Figura 5.2) e calculando o valor-P, com o critério: valor-P < 0.05 = não normal; normal = valor-P >= 0.05.

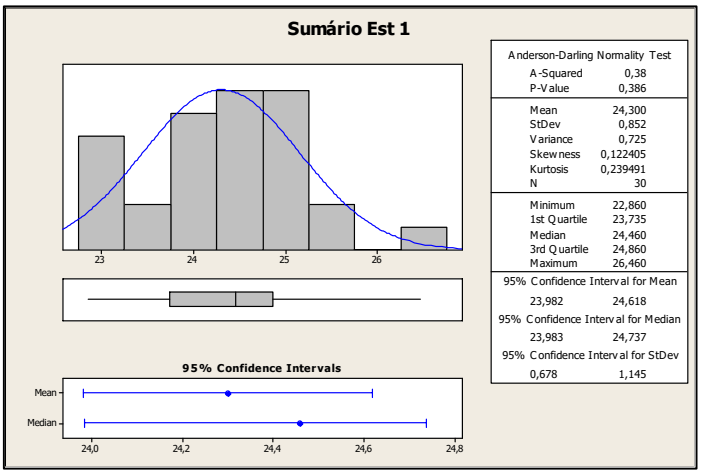


Figura 5.2 – Análise estatística dos dados da estação 1.

Como o valor p (p-value) está bem acima de 0.05, podemos concluir que os dados representam uma distribuição normal. Isso nos conduz à algumas conclusões. A primeira, é que os dados são validos para descrever e se fazer inferências estatísticas sobre o processo. A segunda, é que podemos usar esse modelo de distribuição no modelo de simulação por evento discreto, mais à frente nessa pesquisa. A terceira conclusão é a de que a linha de montagem já atingiu seu estado estacionário e um bom grau de maturidade dos operadores nas tarefas atribuídas à sua estação de trabalho, isso se observa pela baixa variância nos tempos de operação, de forma geral.

O valor p de todas as estações é demonstrado na Tabela 5.4. Observa-se que a estação 5 foi a única que apresentou valor p menor que 0,05. Contudo, para o objetivo da pesquisa, é de pouca relevância, visto que o comportamento geral da linha é normal e esse valor baixo talvez se deva a alguma perturbação não observada pelo técnico da engenharia.

Tabela 5.4 – valor p dos dados de cronometragem de cada estação.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
valor p	0,386	0,443	0,585	0,625	0,034	0,743	0,417	0,214	0,481	0,145

5.3.5 - Qualidade do balanceamento da linha

Os dados de cronometragem da linha de produção, indicados na Tabela 5.3, possibilitam o cálculo dos indicadores da qualidade do balanceamento da linha de produção, neste cenário inicial, visando o objetivo proposto de se minimizar o tempo de ciclo, mantendo-se fixo o número de estações de trabalho é indicado na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Indicadores de Qualidade de Balanceamento – Cenário I.

Tempo de Ciclo	28,9 (s)
Eficiência do Balanceamento	76,0%
Atraso de balanço	24,0%
Índice de suavidade	23,75

No cálculo desses indicadores, foram utilizadas as Eqs. (1), para a eficiência do balanceamento e Eq. (2), para o índice de suavidade, de acordo com o estudo de BECKER e SCHOLL (2006).

Nesta pesquisa, estamos igualando o tempo de ciclo ao tempo maior tempo entre as estações da linha (tempo máximo). Uma abordagem da teoria das restrições.

O resultado é satisfatório e projeta uma capacidade média horária máxima de 124 unidades por hora. Na prática, a empresa adota uma redução de 10% nessa capacidade máxima para acomodar eventuais variações de ritmos dos operadores e também uma maior margem para evitar problemas de saúde ocupacional por aspectos ergonômicos, que envolve biodinâmica, frequência de ciclos repetitivos, etc.

5.4 - CENÁRIO II - MELHORIA PELO MÉTODO DE TENTATIVA E ERRO

No segundo lote de produção, iniciou-se o trabalho de melhoria da eficiência da produção, objetivando a redução no tempo de ciclo para um aumento na capacidade máxima horária. Isso com manutenção de 10 estações de trabalho e dos recursos de auxílio à montagem. Em síntese, a única alteração a ser feita é na distribuição das atividades entre as estações. Observamos que os tempos das tarefas individuais estavam bem parecidos com os da observação anterior. Essa tomada de tempo se iniciou após a linha ter atingindo seu regime normal de operação, ultrapassando a curva de aprendizagem pós troca de modelo. O grupo de operadores nessa segunda tomada de tempo e ajustes de linha era praticamente o mesmo do cenário anterior. No primeiro dia, foram coletados dados de tempo das estações de trabalho para confirmar a manutenção do desempenho obtido no lote anterior de produção. No segundo dia, iniciou-se o trabalho de ajuste da linha de produção baseado em uma análise dos dados disponíveis com a indicação das estações de trabalho mais carregadas e das mais ociosas. O trabalho se resume em redistribuir tarefas das estações mais carregadas para aquelas com menor carga, respeitando-se a restrição da rede de precedências de tarefas e o arranjo físico da linha de produção.

5.4.1 - Alocação das tarefas nas estações de trabalho

Igualmente ao caso anterior, a distribuição das 43 tarefas pelas 10 estações de trabalho observadas é mostrada na Tabela 5.6. Inicialmente, o posto com gargalo da linha, o com maior carga de trabalho, é o posto 2. Iniciou-se por este posto a atividade de redistribuição de tarefas. Nem todas as estações eram passiveis ou necessárias para mudanças. As estações 2 e 3 são exemplo das que foram afetadas por redistribuições. Essa

atividade perdurou ao longo do dia e do dia seguinte até que um nível entendido como satisfatório fosse atingido.

Entre cada intervenção na linha, se faz relevante permitir um tempo de aprendizagem e ganho de habilidade pelo operador da estação afetada. Isso, principalmente, na estação que ganha atividades. Isso faz com que o trabalho de balancear a linha seja custoso em tempo, ressaltando que essa atividade é realizada pelo técnico ou engenheiro do setor de engenharia industrial.

Após o primeiro dia de intervenções, nova coleta de dados, com amostra de tamanho igual a 30 em cada estação de trabalho, foi realizada. No dia seguinte, o trabalho de tabular os dados para possibilitar uma nova análise crítica e identificação de possíveis melhorias adicionais.

O resultado de realocação de tarefas nas estações de trabalho dessa rodada de melhorias na linha de produção é visto abaixo.

Tabela 5.6 – Atribuição das tarefas nas estações de trabalho caso II.

	ESTAÇÃO									
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
TAREFAS	A1	A3	A4	A14	A15	A22	A29	A32	A39	A41
	A2	A5	A10	A12	A16	A23	A28	A33	A40	A42
		A7	A8	A21	A13	A25	A30	A34		A43
		A9		A6	A17	A26	A31	A35		
				A11	A18	A27		A36		
					A19	A24		A37		
					A20			A38		

5.4.2 - Dados de tempos cronometrados em cada estação de trabalho

Após os ajustes na linha, os tempos coletados estão demonstrados na tabela a seguir.

Tabela 5.7– Tempos cronometrados no cenário II.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
AMOSTRA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	25,9	23,1	21,4	19,8	23,5	19,0	19,3	21,5	20,3	21,3
2	24,7	26,0	19,3	21,7	24,6	20,1	20,2	21,3	20,8	22,1
3	24,0	24,1	20,3	22,8	25,0	23,4	19,4	19,8	20,9	21,7
4	25,7	23,9	20,6	22,9	23,3	22,3	21,4	21,2	22,3	21,6
5	27,6	21,2	20,1	22,9	24,1	20,2	19,8	20,4	19,3	22,9
6	26,3	25,6	21,6	22,4	23,0	20,6	20,6	19,0	23,8	21,8
7	26,0	23,6	22,0	21,8	23,5	21,5	19,9	20,1	20,1	22,8
8	26,1	21,3	19,2	21,6	23,3	23,4	22,4	19,6	24,1	22,9
9	26,8	25,3	21,1	21,7	24,2	19,9	20,4	20,6	24,0	22,3
10	25,1	22,3	18,3	21,5	23,6	24,1	22,2	22,1	19,1	24,7
11	24,2	21,6	20,3	20,6	24,1	20,6	20,3	19,6	23,0	22,9
12	25,6	22,2	20,6	21,5	24,5	21,4	19,6	20,4	22,7	23,4
13	24,0	21,4	19,1	21,2	23,6	18,9	18,5	19,2	22,1	22,2
14	24,1	22,0	19,9	19,8	23,0	22,1	19,0	21,5	23,8	21,8
15	25,2	22,8	19,3	20,4	23,7	22,7	20,2	21,0	21,9	21,5
16	25,8	22,5	21,0	20,0	23,5	21,8	19,4	21,9	21,1	22,9
17	25,6	23,2	21,5	19,6	24,2	22,0	18,7	22,4	22,7	24,1
18	26,0	22,7	20,7	20,8	23,8	21,4	19,7	22,0	23,2	23,6
19	25,5	22,4	20,8	21,1	23,4	21,0	20,2	20,8	23,8	23,0
20	24,9	22,9	21,3	21,4	23,5	18,7	19,2	22,3	22,7	23,9
21	26,4	23,1	19,6	21,8	23,0	22,4	20,1	21,8	21,9	21,5
22	25,6	23,3	19,3	22,4	23,3	21,1	19,3	21,7	21,2	24,3
23	25,9	23,8	20,4	21,1	23,7	19,3	19,2	21,4	21,0	24,7
24	26,0	22,5	20,7	21,4	24,6	20,6	21,2	21,3	22,6	22,3
25	24,8	22,3	21,0	20,6	24,8	21,5	21,0	19,4	22,0	23,1
26	24,2	24,6	21,5	21,1	24,5	21,7	20,9	19,4	19,9	22,0
27	25,3	24,2	21,2	20,3	24,4	21,4	21,5	21,7	20,2	21,8
28	25,7	23,8	20,1	19,7	23,5	21,0	18,8	21,2	20,7	22,9
29	25,0	23,3	20,4	20,9	23,6	22,3	20,3	20,6	22,1	22,9
30	25,2	22,6	20,0	21,0	23,2	21,8	20,0	20,2	20,5	23,8
Média	25,4	23,1	20,4	21,2	23,8	21,3	20,1	20,8	21,8	22,8
Desvio Padrão	0,85	1,22	0,89	0,94	0,57	1,34	0,99	1,00	1,44	0,98
Tempo máximo geral	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4
Tc	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4	25,4
Tempo Ocioso	0,0	2,3	5,0	4,2	1,6	4,1	5,3	4,5	3,6	2,6

5.4.3 - Tempo alocado a cada estação e tempo ocioso

As intervenções de rebalanceamento da linha de produção geraram o seguinte gráfico de carga e ociosidade da linha.

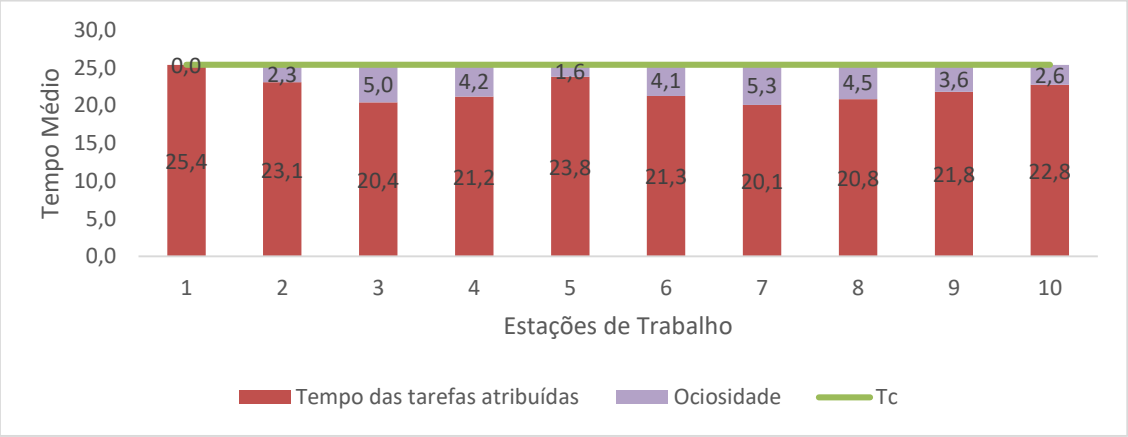


Figura 5.3 – Gráfico do balanceamento do operador – Cenário II.

Observamos a alteração no posto gargalo da linha de montagem. Originalmente o gargalo estava na estação 2 e se deslocou para a estação 1, neste novo cenário. Pelo gráfico, percebe-se que houve uma distribuição mais uniforme de folga entre os postos de trabalho, com exceção da estação 1, por ser o gargalo. Aqui, há um limite físico para redução no tempo de operação, com os recursos técnicos disponíveis. A tarefa A1, alocada à primeira estação implica no manuseio e desembalagem do painel de LCD e um aumento de velocidade poderia implicar em riscos para a qualidade do produto. Melhorias nesse ponto somente com mais investimentos em automação ou, eventualmente, duplicação do posto.

5.4.4 - Análise da validade estatística da amostragem

Cada amostra de tamanho 30, referente à cada estação de trabalho, foi analisada quanto ao seu encaixe em uma distribuição normal. Assim, foi realizado teste de normalidade para validar se os dados podem ser tratados como sendo deste tipo de distribuição. Usou-se o teste de normalidade Anderson-Darling, plotando-se os dados e calculando o valor-P, com o critério:

Tabela 5.8 – valor p dos dados de cronometragem de cada estação.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
valor p	0,386	0,443	0,585	0,625	0,034	0,743	0,417	0,214	0,481	0,145

5.4.5 - Qualidade do balanceamento da linha

Para esse segundo cenário, os resultados que descrevem a qualidade do balanceamento, dentro do objetivo proposto de minimizar o tempo de ciclo, mantendo-se fixo o número de estações de trabalho é:

Tabela 5.9 – Indicadores de qualidade de balanceamento – Cenário II.

Tempo de Ciclo	25,4
Eficiência Balanceamento	86,9%
Atraso de balanço	13,1%
Índice de suavidade	11,65

O resultado em termos de taxa de produção foi para uma capacidade horária máxima de 134 unidades por hora. O Que representou um ganho de produtividade de 8%. Esse ganho é expressivo, visto que o cenário anterior já apresentava um bom índice de produtividade.

5.5 - CENÁRIO III – MODELAGEM E RESOLUÇÃO POR PROGRAMAÇÃO LINEAR

A modelagem matemática para resolução por programação linear inteira (MILP) produziu um modelo com 431 variáveis, sendo 1 variável contínua (o tempo de ciclo) e 430 variáveis inteiras, e 116 equações de restrição. O processamento do algoritmo para resolução do problema MILP foi feito utilizando-se o programa computacional Lingo 17, da empresa Lyndo System. O tempo de processamento foi de 00:06:40, em um computador Intel core i7 com 8Gb de memória.

Como resultado do processamento do conjunto de equações, o programa retorna o tempo de ciclo otimizado e os valores das variáveis de alocação das tarefas em cada estação de trabalho, como exemplificado abaixo:

Tabela 5.10 – Exemplo da solução do programa de otimização.

X(A1,1)	*1*		*X(A43,1)*	*0*
X(A1,2)	*0*		*X(A43,2)*	*0*
X(A1,3)	*0*		*X(A43,3)*	*0*
X(A1,4)	*0*	...	*X(A43,4)*	*0*
X(A1,5)	*0*		*X(A43,5)*	*0*
X(A1,6)	*0*		*X(A43,6)*	*0*
X(A1,7)	*0*		*X(A43,7)*	*0*
X(A1,8)	*0*		*X(A43,8)*	*0*
X(A1,9)	*0*		*X(A43,9)*	*0*
X(A1,10)	*0*		*X(A43,10)*	*1*

Com isso, tem-se a informação de qual das 43 tarefas serão alocadas a cada uma das 10 estações de trabalho. Ao todo, são 43 x 10 variáveis da forma *x (Ai , j)*, sendo *i* o índice de tarefas variando no conjunto (1, 2, 3, ..., 43) e *j* o índice das estações variando no conjunto (1, 2, 3, ..., 10). Em seguida, foi calculado o tempo de cada estação, através da soma de todas as tarefas à esta alocada. O gráfico da Figura 5.4 indica como ficou a carga de trabalho e a ociosidade nos 10 postos de trabalho e a Tabela 5.9 indica como as tarefas foram distribuídas em cada estação de trabalho.

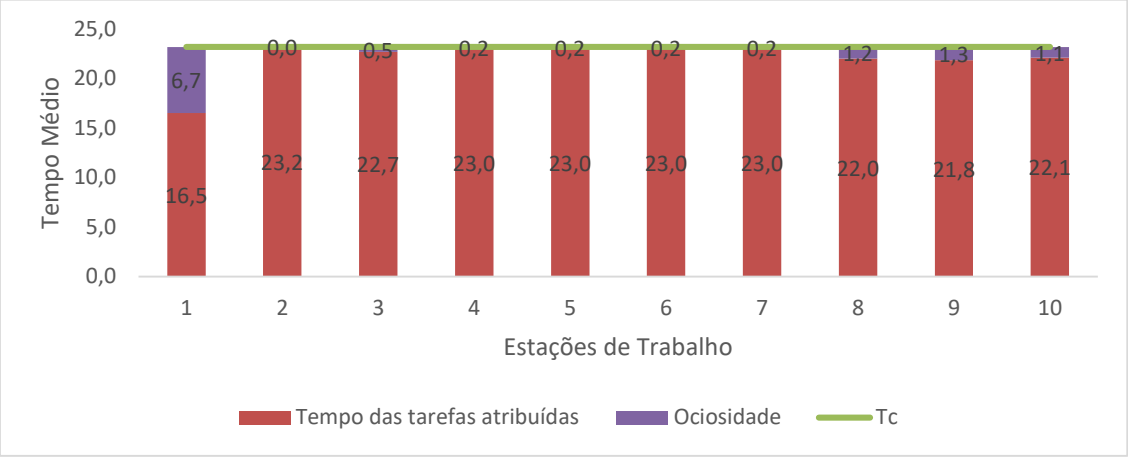


Figura 5.4 – Tempo de ocupação vs tempo de ocioso de cada estação- Cenário III – Lingo 17.

Tabela 5.11 – Atribuição das tarefas nas estações de trabalho – Cenário III – Lingo 17.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
TAREFAS	A1	A2	A14	A10	A12	A15	A19	A32	A39	A37
		A21	A7	A11	A13	A16	A25	A33	A40	A38
		A3	A8	A5	A22	A17	A26	A34		A42
		A4	A9	A6	A23	A18	A29	A35		A43
					A24	A20	A30	A36		
					A28	A27	A31	A41		

O problema foi, da mesma forma, modelado para aplicação de resolução via o programa Matlab, em sua função Intlinprog.

O resultado do processamento em Matlab pode ser visualizado nos gráficos com o tempo de ciclo na Figura 5.5 e na Tabela 5.12.

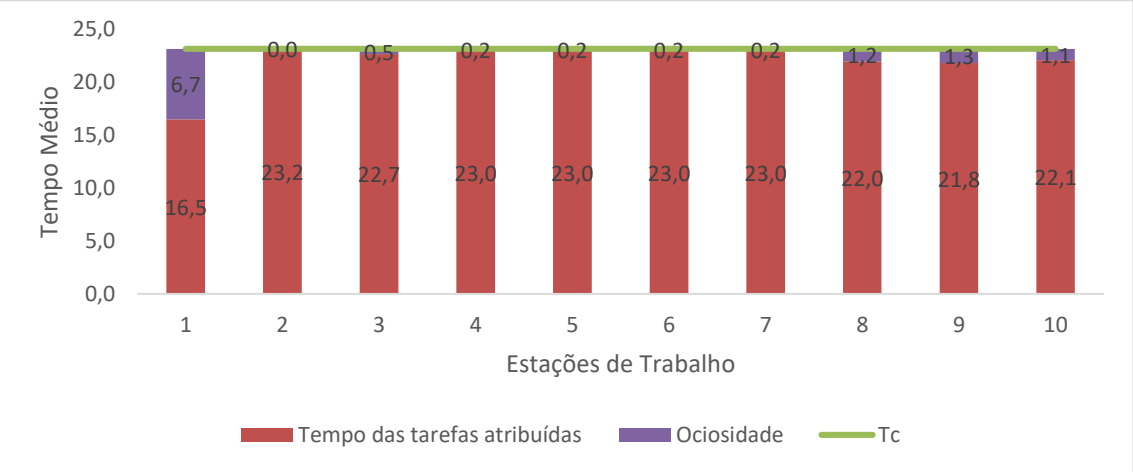


Figura 5.5 – Tempo de ocupação vs tempo de ocioso de cada estação- Cenário III – Matlab.

Tabela 5.12 – Atribuição das tarefas nas estações de trabalho – Cenário III – Matlab.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
TAREFAS	A1	A2	A12	A10	A22	A15	A17	A32	A40	A37
		A21	A13	A11	A23	A16	A18	A33	A41	A38
		A3	A14	A6	A24	A26	A19	A34		A42
		A4	A20	A7	A25	A27	A30	A35		A43
			A5		A8	A28	A31	A36		
			A9			A29		A39		

O tempo de processamento, neste segundo caso, foi de 63 minutos. Porém, embora mais lento, o resultado final foi equivalente ao do primeiro programa de otimização.

5.5.1 - Qualidade do balanceamento da linha

Neste cenário III, observa-se uma alteração nos indicadores de qualidade de balanceamento, como indicado na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Indicadores de qualidade de balanceamento – Cenário II.

Tempo de Ciclo	23,2
Eficiência Balanceamento	95,2%
Atraso de balanço	4,8%
Índice de suavidade	3,381

O resultado indica sensível redução no tempo de ciclo, objetivo principal do estudo, melhora nos demais indicadores, mesmo em relação ao Cenário II, onde um trabalho para melhoria do balanceamento já havia sido feito e com bons resultados.

5.5.2 - Simulação da solução ótima utilizando eventos discretos

Embora a solução apresentada pelo método de programação linear inteira indicar melhoria, o modelo utilizado se baseia em tempos médios de realização de tarefas e ignora que, na prática, ocorrem variações na execução das atividades pelos operadores da linha de produção. Essas variações, como dito anteriormente, são normais a processos manuais e podem afetar o resultado da linha de produção ao longo do turno de trabalho.

Para fazer uma avaliação da solução proposta pelo modelo MILP, foi criado um modelo de simulação por eventos discretos. Foi utilizado o programa Matlab Simevents para a construção e simulação da linha de montagem. Os parâmetros utilizados foram:

a) 10 estações de trabalhos interligadas;
b) Ao tempo de cada estação de trabalho foram acrescidos 10% como compensação para perdas por fadiga e 2,5s de tempo de transferência entre cada estação (tempo da esteira mecanizada). Esses dados são reais e atuais na linha de produção da empresa;
c) O tempo de cada estação foi atribuído segundo a curva normal com o valor médio o indicado pela resolução do modelo em programação linear;

d) Produção total em um turno de 8h de trabalho;

e) A variação de tempo atribuída a cada estação foi considerada como o desvio de tempo acumulado das estações do Cenário I.

$$S\ composto = \frac{\sqrt{+s_1^2 + s_2^2 4 + s_3^2 a + \ldots + s_k^2}}{k} \tag{5.4}$$

Tabela 5.14 – Dados para modelo de simulação da linha de montagem – Cenário III.

	ESTAÇÕES DE TRABALHO									
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
T. Médio	16,5	23,2	22,7	23,0	23,0	23,0	23,0	22,0	21,8	22,1
T. Medio + 10%	18,15	25,487	24,948	25,289	25,289	25,3	25,3	24,2	24,024	24,31
Tempo de transf.	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
Tempo de simulação	20,7	28,0	27,4	27,8	27,8	27,8	27,8	26,7	26,5	26,8
Desvio padrão	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048

O diagrama em blocos do modelo em simulação e o resultado de execução, simulada operação em 8 horas, são mostrados nas Figuras 5.6 e 5.7, respectivamente.

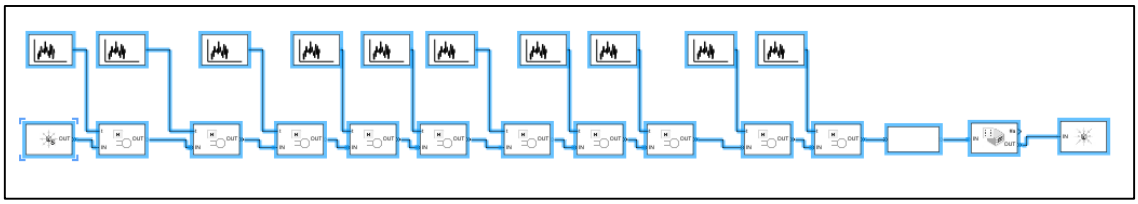


Figura 5.6 – Diagrama em bloco do modelo de simulação no Matlab.

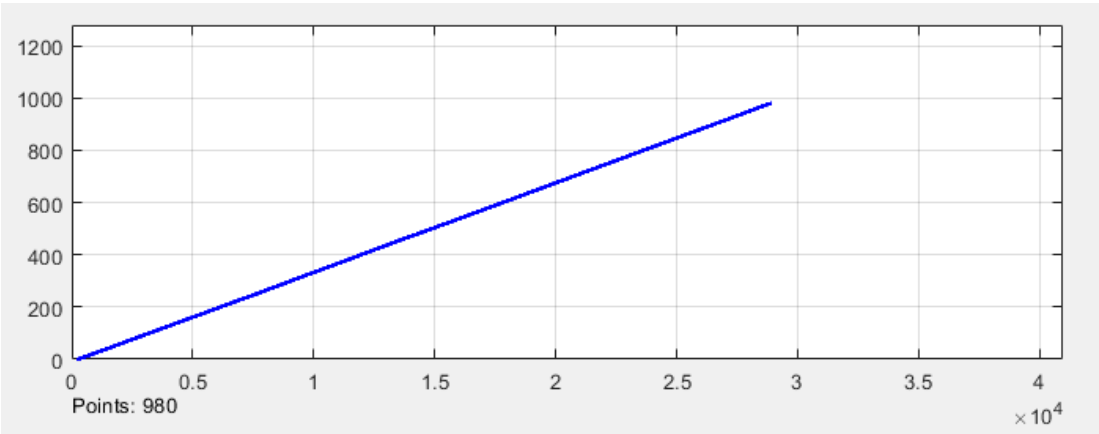


Figura 5.7 – Curva com a resposta em função do tempo da produção acumulada na linha.

5.6 - COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para esse cenário inicial, os resultados que descrevem a qualidade do balanceamento, dentro do objetivo proposto de minimizar o tempo de ciclo, mantendo-se fixo o número de estações de trabalho é:

Tabela 5.15 – Indicadores comparados – todos os cenários.

	Cenário I	***Cenário II***	***Cenário III***
Número de estações	10	10	10
Tempo de ciclo	28,9	25,4	23,2
Eficiencia do balanceamento	76,0%	86,9%	95,1%
Índice de suavidade	23,7	11,65	3,4
Atraso de balanceamento	24,0%	13,1%	4,9%

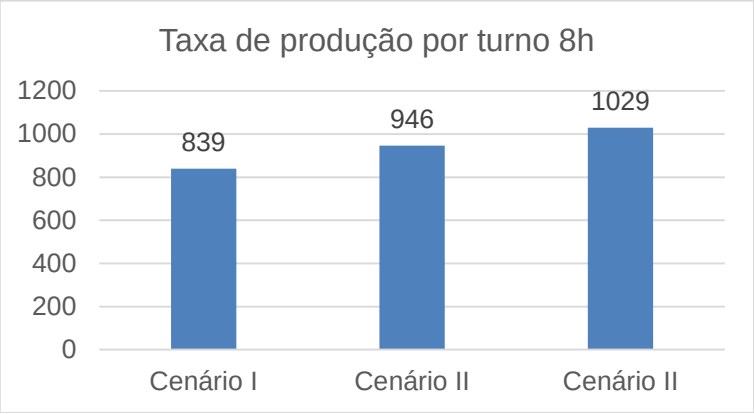


Figura 5.8 – Taxa de produção por turno – comparação todos os cenários (aparelhos / turno).

A tabela comparativa dos indicadores de qualidade do balanceamento da linha de produção em estudo denota a melhoria que se obteve desde a situação inicial (cenário I), tanto com o método de tentativa e erro (cenário II) quanto no método por programação linear (cenário III). Em seguida, discutiremos alguns aspectos de cada uma das 2 metodologias de melhoria utilizadas.

5.6.1 - Heurística da tentativa e erro

Essa é a abordagem mais comum usada nas empresas visto que é de relativamente fácil de ser assimilado por técnicos da área. Sua qualidade está inerentemente atrelada à

experiência do técnico que a aplica e os recursos materiais que demanda para a execução dos cálculos são também de domínio geral, como as planilhas eletrônicas, por exemplo.

Por partir, neste caso, de um processo já estabelecido e atendendo os objetivos de qualidade e produtividade estabelecidos, impõe uma prática de melhorias incrementais, em um processo de evolução gradativa, para que se minimizem os impactos negativos e risco de qualidade ao produto, devido a fatores como assimilação de novas tarefas pelos operadores e outros imprevistos. Assemelha-se ao ciclo PDCA, de melhoria contínua e, por isso, é robusto em suas ações. Essa robustez advém de duas caraterísticas: por adotar modelo incremental, em caso de erro, é rápido retroceder e mudar de direção; por ser feito in-loco, pode se ponderar fatores não modelados ou quantificados, mas que viriam a afetar o trabalho. Com essas características, as melhorias vêm de forma mais lenta, o que significa que a linha de produção demandará mais tempo para atingir seu nível ótimo.

5.6.2 - Método por programação linear

Embora sua proposição inicial date da década de 1950, limitações computacionais e complexidade de modelagem e aplicação tornaram essa abordagem um tanto rara quanto à aplicação nas indústrias do setor de eletrônicos de consumo. Outro fator é que o ciclo de vida curto e diversidade elevada de modelos nesse seguimento industrial criam uma dificuldade adicional à adoção por modelagem matemática, visto que agrava o grau de complexidade da formulação. Já em indústrias com maior grau de automação, que demandam maiores investimentos em recursos fabris e menor diversidade de produtos, como por exemplo, a indústria automobilística, tem dedicado mais atenção a métodos aplicados de otimização e simulação. Hoje, com programas computacionais dedicados, a modelagem é mais acessível e eficaz além de minimizar riscos de decisões gerenciais no momento de se planejar os recursos para o atendimento de determinada demanda de mercado. Os custos elevados dos programas de modelagem e otimização, assim como da mão de obra especializada para operá-los, são mais facilmente absorvidos nestas indústrias de grande investimento.

O resultado obtido, tanto nos indicadores de qualidade do balanceamento quanto no tempo de ciclo, carrega uma premissa de ruptura. Aqui. Não se está aplicando um processo de melhoria incremental, mas um desenho do zero, a partir de dados medidos de uma situação real. É um método com nenhuma capacidade de percepção de informações exceto as que foram modeladas. O resultado desse método carrega um maior risco de

viabilidade de aplicação o que pode ser minimizado se quando se testa a proposta em um ambiente de simulação, antes de sua implementação. Sua vantagem vem de: ser de ruptura, com a rotina de otimização rodando a partir do zero e sem paradigmas presentes no modelo mental do técnico de engenharia; buscar um nível ótimo a partir de um modelo matemático, onde já se tem grande conhecimento formado e atestado.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO E SUGESTÕES

6.1 – CONCLUSÃO

No início desta pesquisa, foram delineados objetivos pragmáticos a fim de ser ter o direcionamento para o trabalho a ser desenvolvido. A utilidade do conhecimento a ser gerado estabeleceu uma rota que delineou todo o esforço empreendido aqui. Buscou-se resolver um problema visando realçar oportunidades de melhorias a serem aplicadas. Isso não é, sabidamente, a receita do sucesso de uma empresa, mas um elemento importante que compõe a complexa equação de competividade do seguimento onde se atua, no Polo Industrial de Manaus e no mercado global.

Com essa visão, foi escolhido um problema complexo, pela grande quantidade de variáveis envolvidas na modelagem das equações matemáticas, o que agrega ao conjunto de publicações sobre o tema algo novo, pela natureza da indústria onde se desenvolveu o trabalho e pela sua complexidade, que pode ser observada na rede de precedências e na quantidade de equações de restrição. O trabalho não de ênfase ao desenvolvimento de algoritmos ou programas computacionais, visto que já se tem diversas soluções disponíveis para o processamento de tais equações e acessíveis mesmo para aquelas empresas de pequeno porte. Daí a pesquisa se concentrou na atividade de analisar o processo de fabricação de um aparelho de TV LCD, identificar os dados relevantes e coletá-los para viabilizar uma modelagem matemática para a resolução de um problema formado e não reconhecido até então. Assim, a necessidade de se dominar o conhecimento para observação e análise crítica de um processo, para a seleção e coleta dos dados relevantes é o fator essencial para que uma empresa possa fazer usufruto das vantagens advindas da Modelagem e Simulação.

6.2 – REALIZAÇÕES

No que se refere ao método de melhoria da eficiência de um alinha de montagem, através do modelo de programação linear inteira, ficou evidenciada sua eficácia e sua utilidade prática, agregando valor real negócio, com impacto direto na redução do custo de mão de obra na proporção do ganho de eficiência alcançado de cerca de 9% se

comparado ao cenário II e ainda maior se comparado ao cenário I. Há um grande potencial de ampliação do benefício total desta melhoria, uma vez que o trabalho pode ser continuado nos demais modelos de produto que operam na mesma linha de produção e também ser expandido para das demais linhas da empresa. E isso é não somente possível, mas viável a partir do que foi demonstrado neste trabalho.

Além do ganho na redução do tempo de ciclo e eficiência da linha, a melhor distribuição na carga de trabalho trará benefícios no que se refere à saúde ocupacional dos operadores, por meio de um melhor equilíbrio no esforço de produção. Países em desenvolvimento, inclusive o Brasil, o tema as ergonomia e saúde ocupacional ainda é uma jornada em curso, visto que estamos aquém, na média, se comparados com países desenvolvidos.

A simulação por eventos discretos se mostrou igualmente útil eficaz. Hoje, essa ferramenta é utilizada como suporte às decisões gerenciais, quer seja no planejamento de investimentos, entendimento mais claro de um problema ou no planejamento de mudanças que se deseja. O conhecimento desenvolvido no campo de pesquisa operacional e hoje disponível em programas de computadores permite o desenvolvimento de simulações de cenários diversos. Esse é, sem dúvida, um elemento importante de competividade de uma empresa ou até de uma nação, que invista nessa linha de conhecimento. No que se refere à pesquisa, a simulação nos permitiu visualizar a eventual ocorrência de problemas, antes da aplicação prática da solução em linha de montagem. Isso poupou esforço, reduziu riscos para a operação, tanto em capacidade quanto para qualidade dos produtos envolvidos.

6.3 – SUGESTÕES DE CONTINUIDADE

A modelagem matemática do problema ainda é algo complexo para aplicações reais na indústria, que normalmente demanda modelos com um grande número de variáveis. Aqui se põe um desafio para trabalhos futuros. O desenvolvimento de formas e métodos de facilitar a criação desses modelos de problema em nível de serem aplicados nas ferramentas de resolução por processamentos computacionais existentes hoje. Também meios de validação desses modelos para diminuir ou minimizar erros que possam conduzir a resultados incorretos.

O desenvolvimento do conhecimento sobre formas de aplicação da simulação por eventos discretos pode trazer uma simplificação na resolução de problemas, concorrendo,

de certa forma, com a modelagem matemática exata. Isso pode ser um caminho mais viável para determinados casos do problema de balanceamento de linha.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, I., MONTEIRO FILHO, J. NETO, F., SILVA, A. Solving Assembly Line Balancing Problems with Fish School Search algorithm, **Advances in Intelligent Systems and Computing**, v. 557, pp. 352, 2016.

BANKS, J., CARSON, J. S., NELSON, B. L., & NICOL, D. **Discrete-Event System Simulation.** 5. Ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2010.

BAYBARS, I. A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. **Management Science**, v.32, n.8, pp. 909-932, 1986.

BECKER, C. & SCHOLL. A survey of problems and methods in generalized assembly line balancing. **European Journal of Operational Research** v.168, pp. 694-715, 2006.

BILLER, S., LI, J., MARIN, S., MEERKOV, S., & ZHANG, L. Bottlenecks in Production Lines with Rework: A System Approach. In: **Proceedings of the 17th World Congress the Int. Federation of Automatic Control**, v. 17, pp. 14888-14893, Seoul, Korea, July, 2008.

BOWMAN, E.H. Assembly-Line Balancing by Linear Programming. **Operations Research**, v. 8. n. 3, pp. 385-389, 1960.

CAVALCANTE, U. A evolução das linhas de montagem de automóveis. Revista Quatro Rodas, v. 02, 2016. Disponível em < https://quatrorodas.abril.com.br/noticias/a-evolucao-das-linhas-de-montagem-de-automoveis/>. Acesso em: 15 de Novembro de 2017, 18h30min

CHIANG, S. & MEERKOV, S. Bottlenecks in serial production lines: Identification and application, **In: Mathematical Problems in Engineering**, v. 7, pp. 543–578, 2000.

DANTZIG, G.B, **Linear Programming and Extensions.** 1. ed, , New Jersey: Princeton University Press, 1963.

FISHMAN, S. **Discrete-Event Simulation: Modeling, Programming, and Analysis**. New York: Springer Verlag, 2001.

FLESZAR, K. & HINDI, K.S. An enumerative heuristic and reduction methods for the assembly line balancing problem, **European Journal of Operational Research**, v. 145, n. 3, pp. 483–716, 2003.

FONSECA, D.J., ELAM, M., KARR, C.L. Guest. A fuzzy logic approach to assembly line, **Mathware & Soft Computing**, v.12, pp 57-74, 2005.

GONZÁLEZ, V., ALARCÓNA, L.F. AND MOLENAARC, K. Multiobjective Design of Work-In-Process Buffer for Scheduling Repetitive Building Projects, **Automation in Construction**. v.18, n. 2, pp. 95-108, 2008.

HAMTA, NIMA & M. T. FATEMI GHOMI, S & JOLAI, FARIBORZ & AKBARPOUR SHIRAZI, MOHSEN, A hybrid PSO algorithm for a multi-objective assembly line balancing problem with flexible operation times, sequence-dependent setup times and learning effect, **International Journal of Production Economics**, v. 141, pp. 99–111, 2013.

HOFFMANN, T.R, Assembly Line Balancing with a Precedence Matrix, **Management Science**, v. 9, n. 4, pp. 551- 562, 1963.

HORMAN, M.J. AND THOMAS, H.R. Role of Inventory Buffers in Construction Labor Performance, **J. of Constr. Eng. and Mgmt**., v. 131 n. 7, pp. 834-843, 2005.

JACKSON, JAMES R. A Computing Procedure for a Line Balancing Problem, **Management Science**, v. 2, n. 3, pp. 261-271, 1956.

KLEIN, R. E SCHOLL, A. Balancing assembly lines effectively – A computational Comparison, **European Journal of Operational Research**, v. 114, n. 1,pp. 50–58, 1999.

LAM, N.T., TOI, L.M., TUYEN, V. HIEN, D.N. Lean Line Balancing for an Electronics Assembly Line**, Procedia CIRP**, v. 40, pp. 437-442, 2016.

LAW, A.M., KELTON, W.D. **Simulation Modeling and Analysis.** 4. ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

LI, L., CHANG, Q., XIAO, G., BILLER, S. Bottleneck Detection of Manufacturing Systems Using Data-Driven Method. **In: Proceedings of the IEEE Int. Symposium on Assembly and Manufacturing,** pp. 76-81, Michigan, USA 2007.

MORRISON, D.R., SEWELL, E.C., JACOBSON, S.H. An application of the branch, bound, and remember algorithm to a new simple assembly line balancing dataset, **European Journal of Operational Research**, v. 236, n. 2, pp. 403-409, 2014.

MOZDGIR, A., MAHDAVI, I., BADELEH, I., SOLIMANPUR, M. Using the Taguchi method to optimize the differential evolution algorithm parameters for minimizing the workload smoothness index in simple assembly line balancing, **Mathematical and Computer Modelling**, v. 57, n. 1–2, pp. 137-151, 2011.

PEETERS, MARC & DEGRAEVE, ZEGER. A linear programming based lower bound for the simple assembly line balancing problem, **European Journal of Operational Research**. v. 168, pp. 716-731, 2006.

REKIEK, B. E DELCHAMBRE, A., **Assembly Line Design**. Brussels: Springer, 2006.

SCHOLL, A. & BECKER, C. State-of-the-art Exact and Heuristic Solution Procedures for Simple Assembly Line Balancing, **European Journal of Operational Research**. v. 168, n. 3, pp. 666-693. 2006.

SACKS, R., RADOSAVLJEVIC, M. e BARAK, R. Requirements for Building Information Modeling Based Lean Production Management Systems for Construction, **Automation in Construction**, v. 19, n. 5, pp. 641-655, 2010.

SALVESON, M.E., The Assembly Line Balancing Problem, **The Journal of Industrial Engineering**, v. 6, n.. 3, pp. 18-25, , 1955.

SHAABAN, S. E SARAH HUDSON, S**. Production Line Efficiency: A Comprehensive Guide for Managers**, 2. ed. New York: Business Expert Press, 2013.

SCHOLL, A. & BECKER, C. State-of-the-art Exact and Heuristic Solution Procedures for Simple Assembly Line Balancing, **European Journal of Operational Research**. v. 168, n. 3, pp. 666-693, 2006.

SIKORAA, G., LOPES, T., SCHIBELBAIN, D., MAGATÃO, L. Integer based formulation for the simple assembly line balancing problem with multiple identical tasks, **Computers & Industrial Engineering**, v. 104, pp. 134-144, 2017.

ŠVANČARA, J. & KRÁLOVÁ, Z. Simulation-Based Performance Analysis of the Multi-Product Manufacturing System. **In: Proceedings of the 17th International Conference on Process Contro**l, pp. 249–253, Štrbské Pleso, Slovakia, June, 2009.

TASAN, S.O. & TUNALI, S. A review of the current application of genetic algorithms in assembly line balancing, **Journal of intelligent manufacturing**, v. 19, n. 1, pp. 49-69, 2008.

TSERNG, H.P., YIN, S.Y.L. e LI, S. Developing a Resource Supply Chain Planning System for Construction Projects, **J. Of Constr. Eng. and Mgmt**. v. 132, n .4, pp. 393-407, 2006.

TUNCEL, G., TOPALOGLU, S. Assembly line balancing with positional constraints, task assignment restrictions and station paralleling: A case in an electronics company, **Computers and Industrial Engineering archive**, v. 64 n. 2, 2013.